

# Optyka instrumentalna

wykład 12

24 maja 2018

# Wykład 11

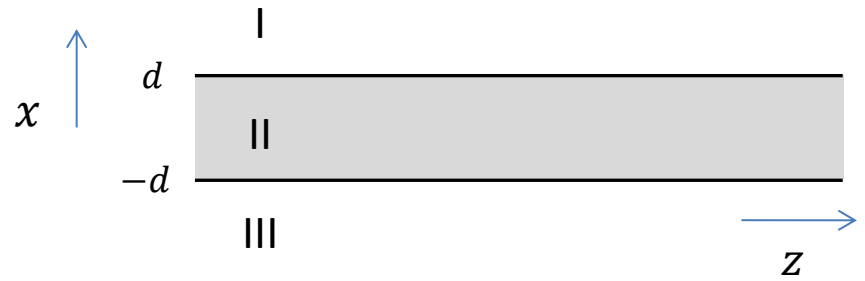
## Wiązki przyosiowe

- Wiązka gaussowska
  - Parametry wiązki gaussowskiej
- Wyższego rzędu  $TEM_{mn}$  (Gausa-Hermite'a, Gausa-Laguerre'a)
- Elementy optyczne w działaniu na wiązki
  - Prawo ABCD dla wiązek gaussowskich
  - Ogniskowanie skolimowanej wiązki przez cienką soczewkę
- Parametr  $M^2$  jakości wiązki
- Wiązki  $TEM_{mn}$  jako mody rezonatorów
  - Przesunięcie rezonansu wnęki ze względu na fazę Gouya

## Falowody i światłowody

- Całkowite wewnętrzne odbicie
- Falowód dielektryczny płaski symetryczny
  - Mody TE, TM
    - Mody prowadzone (związane)
    - Mody radiacyjne

# Mody falowodu płaskiego



I :  $E_y^{(2)}(x) = A \cos(h_2 d) e^{-h_1(x-d)}$

II :  $E_y^{(2)}(x) = A \cos(h_2 x)$        $E_y^{(2)}(x) = A \sin(h_2 x)$

III :  $E_y^{(2)}(x) = A \cos(h_2 d) e^{h_1(x+d)}$       (rozwiązanie antysymetryczne)

Ciągłość pól:

$$H_z = \frac{i}{\mu\omega} \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

I :  $H_z^{(1)}(d) = -\frac{i}{\mu\omega} h_1 A \cos(h_2 d)$

II :  $H_z^{(2)}(d) = -\frac{i}{\mu\omega} h_2 A \sin(h_2 d)$       Rozwiązanie antysymetryczne:

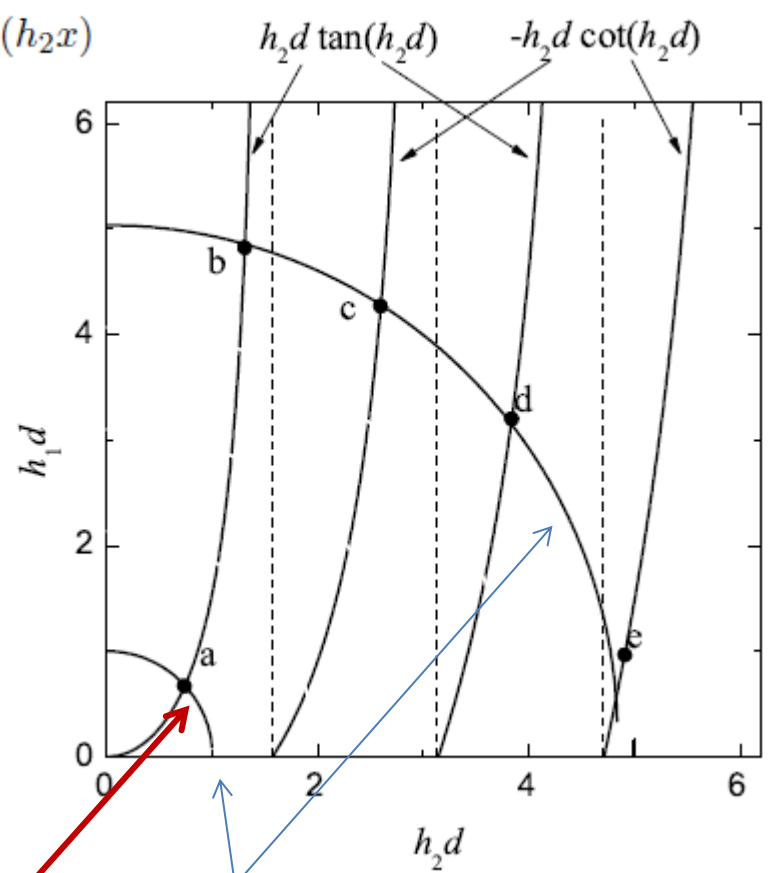
$h_1 d = h_2 d \operatorname{tg}(h_2 d)$        $h_1 d = -h_2 d \operatorname{ctg}(h_2 d)$

Z definicji  $h_1, h_2$

$$(h_1 d)^2 + (h_2 d)^2 = (n_2^2 - n_1^2) k_0^2 d^2$$

$$h_1^2 = \beta^2 - k_0^2 n_1^2$$

$$h_2^2 = k_0^2 n_2^2 - \beta^2$$



2 równania na 2 niewiadome ( $h_1, h_2$ )

- Brak rozwiązań analitycznych

różne  $k_0$  (różna długość fali)

falówód jednomodowy (w kierunku poprzecznym)

# Mody falowodu płaskiego

Częstość zredukowana

$$V = \sqrt{(n_2^2 - n_1^2)k_0^2 d^2} = NAk_0 d = NA \frac{\omega d}{c} = NA \frac{2\pi d}{\lambda_0}$$

Falowód jednomodowy (*single-mode waveguide*) dla

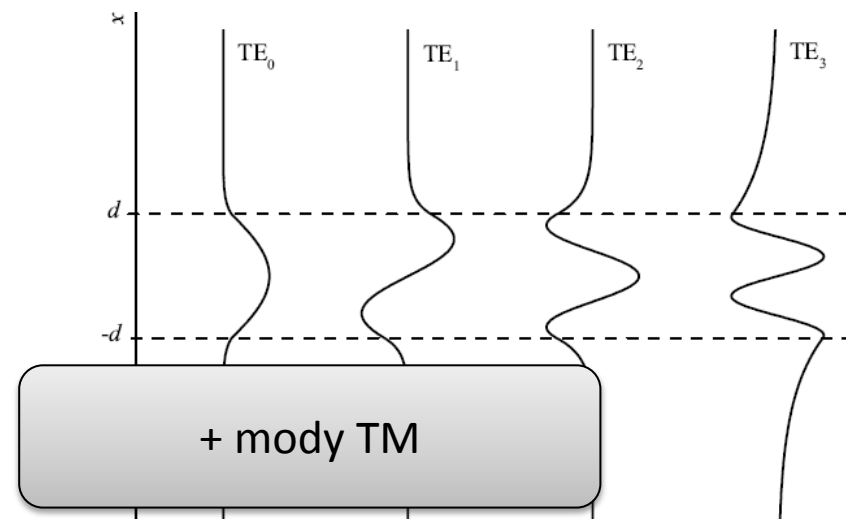
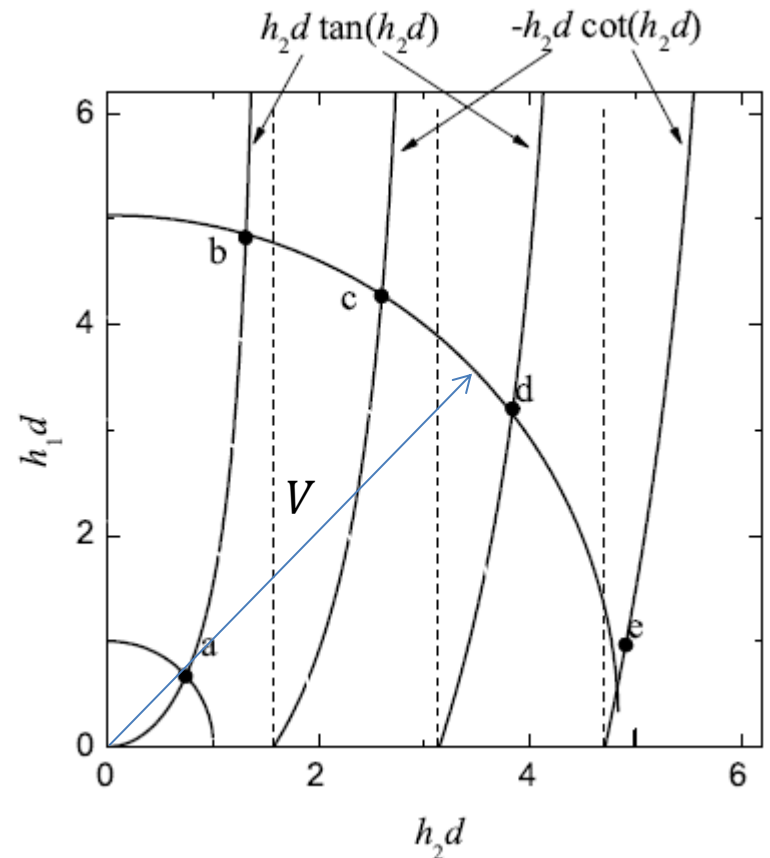
$$0 < V < \pi/2$$

$$0 < h_2 d < \frac{\pi}{2} \quad E_y^{(2)}(x) = A \cos(h_2 x) \neq 0$$

Mod podstawowy  $TE_0$  :  $E$  wszędzie niezerowe!

Mody wyższe  $TE_n$

- Częstość odcięcia dla  $V_c = \frac{n\pi}{2}$  (dla  $V < V_c$  mod nie jest prowadzony)
- W pobliżu częstości odcięcia mod jest słabo prowadzony: duża część natężenia w płaszczu.
- Skończona liczba rozwiązań – skończona liczba modów TE



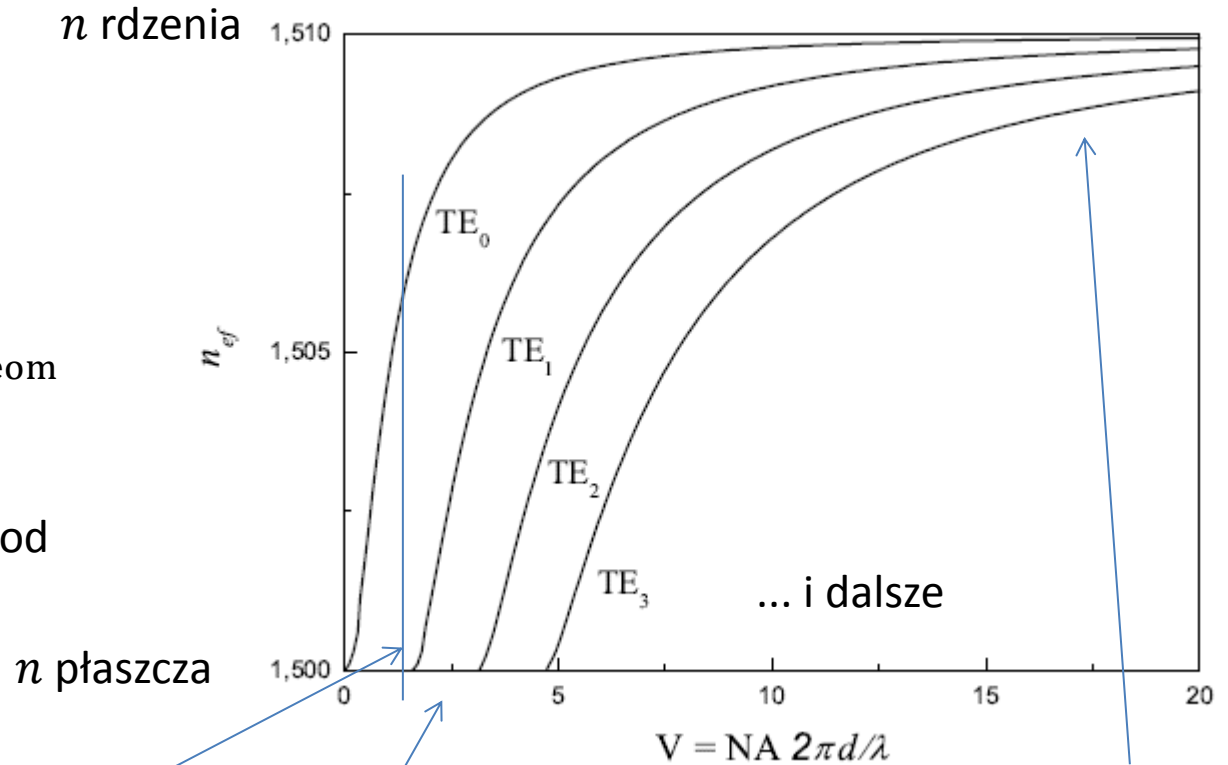
# Prędkość fazowa w falowodzie płaskim

Efektywny współczynnik załamania dla modu:

$$n_{ef} = \beta/k_0$$

$$n_{ef} = n_{\text{płaszczka}} + \Delta n_{\text{geom}}$$

$\Delta n_{\text{geom}}$  – poprawka geometryczna, zależna od modu poprzecznego i częstotliwości.



$n_{\text{płaszczka}}$

Długość fali blisko odcięcia - mod głównie w płaszczu

Mała długość fali – mod głównie w rdzeniu

Dobry falowód jednomodowy:  
Punkt pracy blisko częstotliwości odcięcia

- Jednomodowość
- Dobrze prowadzony mod

# Prędkość grupowa (nie tylko w falowodach!)

Impuls światła – pole niemonochromatyczne:

$$\tilde{E}(\omega, z) = \tilde{E}(\omega, 0)e^{-i\beta(\omega)z}$$

$$E(t, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \tilde{E}(\omega, z)e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \tilde{E}(\omega, 0)e^{-i[\beta(\omega)z - \omega t]} d\omega$$

Przybliżenie wolnozmiennnej obwiedni (*slowly varying envelope approximation*):

$$E(t, 0) = A(t, 0)e^{i\omega_0 t} \quad \tilde{A}(\omega, 0) = \tilde{E}(\omega_0 + \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(t, 0)e^{-i\omega t} dt$$

Rozwijamy w szereg stałą propagacji:

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad \beta_j = \left. \frac{d^j \beta}{d\omega^j} \right|_{\omega_0}$$

Przybliżenie liniowe:

$$E(t, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(\omega, 0) e^{i(t - \beta_1 z)(\omega - \omega_0)} d\omega$$

$$E(t, z) = e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} A(t - \beta_1 z, 0)$$

Prędkość fazowa:

$$v_f = \omega_0 / \beta_0$$

Prędkość obwiedni – prędkość grupowa

$$v_g = 1/\beta_1 = d\omega/d\beta$$

# Dyspersja prędkości grupowej

Zakładamy impuls gaussowski:  $A(t, 0) = A_0 e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} = A_0 e^{-\Gamma_0 t^2}$        $\tilde{A}(\omega, 0) = \tilde{A}_0 e^{-\frac{\omega^2}{4\Gamma_0}}$

$$E(t, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \tilde{E}(\omega, 0) e^{-i[\beta(\omega)z - \omega t]} d\omega$$

$$\tilde{E}(\omega, 0) = \tilde{A}(\omega - \omega_0, 0) = \tilde{A}_0 e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\Gamma_0}}$$

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2$$

$$E(t, z) = A(z) e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\Gamma_0} + i(t - \beta_1 z)(\omega - \omega_0) - i\frac{\beta_2 z}{2}(\omega - \omega_0)^2} d\omega$$

Wynik:

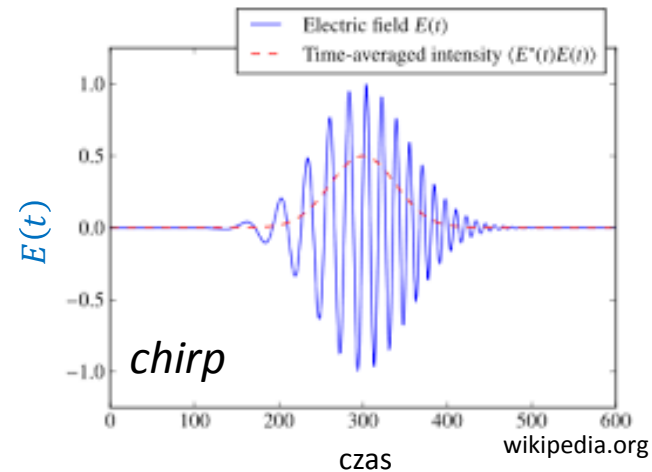
$$E(t, z) \propto e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} e^{-\Gamma(z)(t - \beta_1 z)^2} \quad \frac{1}{\Gamma(z)} = \frac{1}{\Gamma_0} + 2i\beta_2 z$$

nośna      obwiednia  
gaussowska

Prędkość grupowa i fazowa – jak poprzednio.

Efekty kwadratowego członu  $\beta_2 \neq 0$

- Czas trwania impulsu zależy od  $z$  – wydłużenie o  $\sqrt{1 + 4\beta_2^2 z^2 / \Gamma^4}$
- Świergot (*chirp*) – zależność chwilowej częstości  $d(\text{Arg}E(t))/dt$  od czasu



$$\beta_2 = \frac{d^2 k}{d\omega^2} = \frac{d}{d\omega} \frac{1}{v_g} \quad \text{dyspersja prędkości grupowej (group velocity dispersion, GVD)}$$

# Prędkość grupowa i jej dyspersja

W ośrodkach izotropowych  $k(\omega) = n(\omega)\omega/c$

$$v_g = \left( \frac{dk}{d\omega} \right)^{-1} = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}$$

$\frac{dn}{d\omega} > 0 \rightarrow v_g < v_f$  dyspersja normalna

$$v_g = \frac{c}{n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}}$$

$\frac{dn}{d\omega} < 0 \rightarrow v_g > v_f$  dyspersja anomalna

$$\beta_2 = \frac{2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2}}{c} \quad \beta_2 = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2n}{d\lambda^2}$$

$\beta_2 > 0$  w zakresie widzialnym i maleje. Typowo w bliskiej podczerwieni przejście przez 0.

Parametr dyspersji  $D$  – zależność opóźnienia impulsu od długości fali:

$$D = \frac{1}{L} \frac{dT}{d\lambda} \quad D = \frac{-2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad \text{jednostka } D: \text{ps}/(\text{nm} \cdot \text{km}) \quad \text{jednostka } \beta: \text{ps}^2/\text{m}$$

W falowodzie:

$$\beta = \sqrt{(n_2 k_0)^2 + h_2^2} = \sqrt{\left( \frac{n_2 \omega}{c} \right)^2 + \left( \frac{h_2 d}{d} \right)^2}$$

$j$  – indeks modu falowodu

$$\frac{d\beta^j}{d\omega} = \frac{1}{\beta^j} \left[ \frac{n_2 \omega}{c^2} \left( n_2 + \omega \frac{dn_2}{d\omega} \right) - \frac{h_2 NA}{c} \frac{d}{dV} (h_2 d) \right]$$

| mod             | prędkość [ $10^8 \text{ m/s}$ ] | czas przelotu [ $10^{-6} \text{ s}$ ] |
|-----------------|---------------------------------|---------------------------------------|
| TE <sub>0</sub> | 2,04919                         | 1 km 4,87998                          |
| TE <sub>1</sub> | 2,04511                         | 4,88971                               |
| TE <sub>2</sub> | 2,03788                         | 4,90707                               |
| TE <sub>3</sub> | 2,02238                         | 4,94468                               |

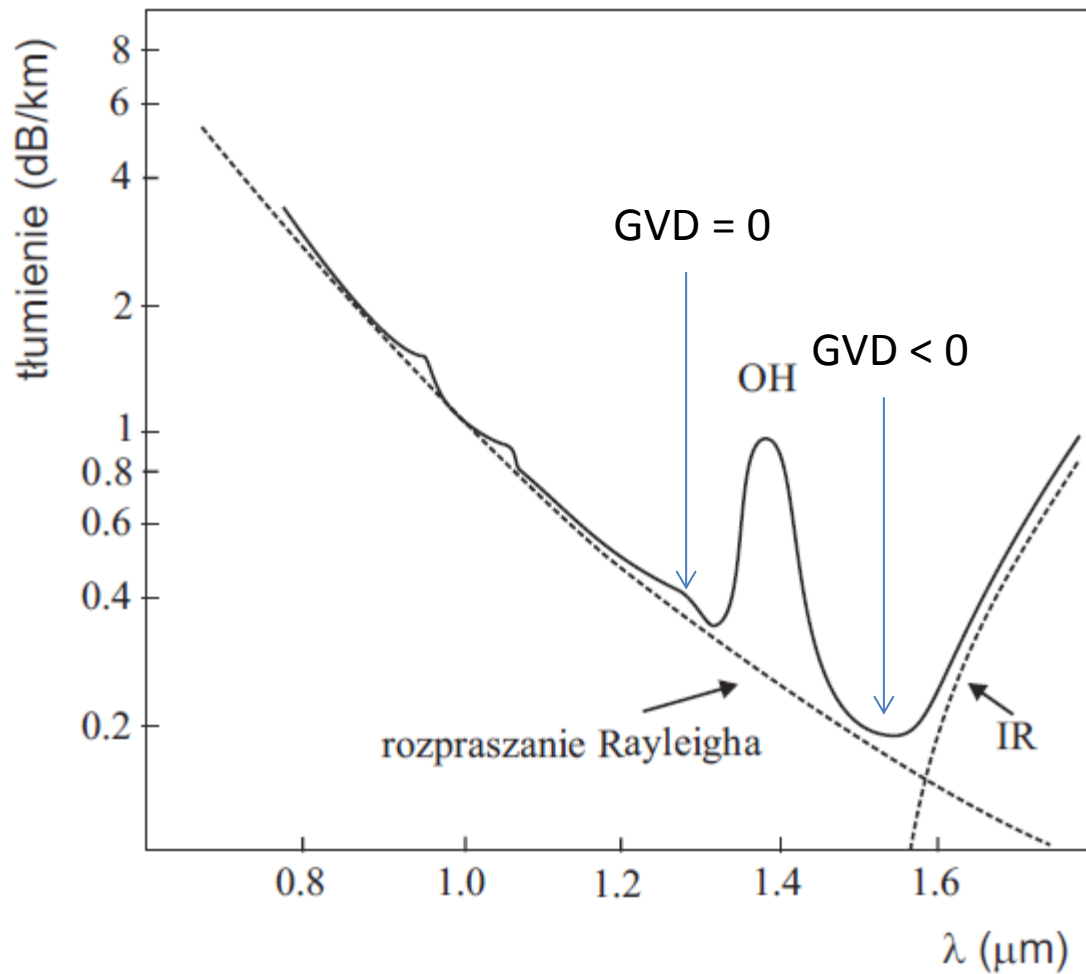
↑  
 $v_g$  zależy od modu!  
 Ograniczenie bit/s

dyspersja materiałowa

dyspersja geometryczna (typowo  $\ll$  niż materiałowa)



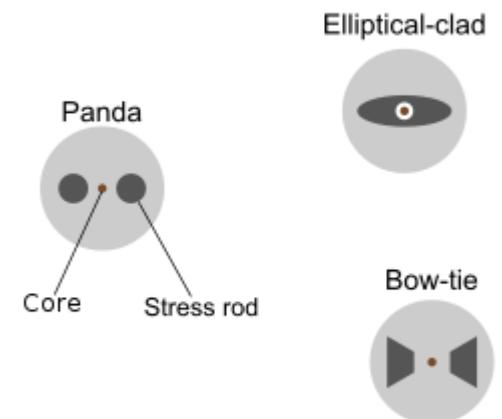
# Światłowody



Symetria cylindryczna

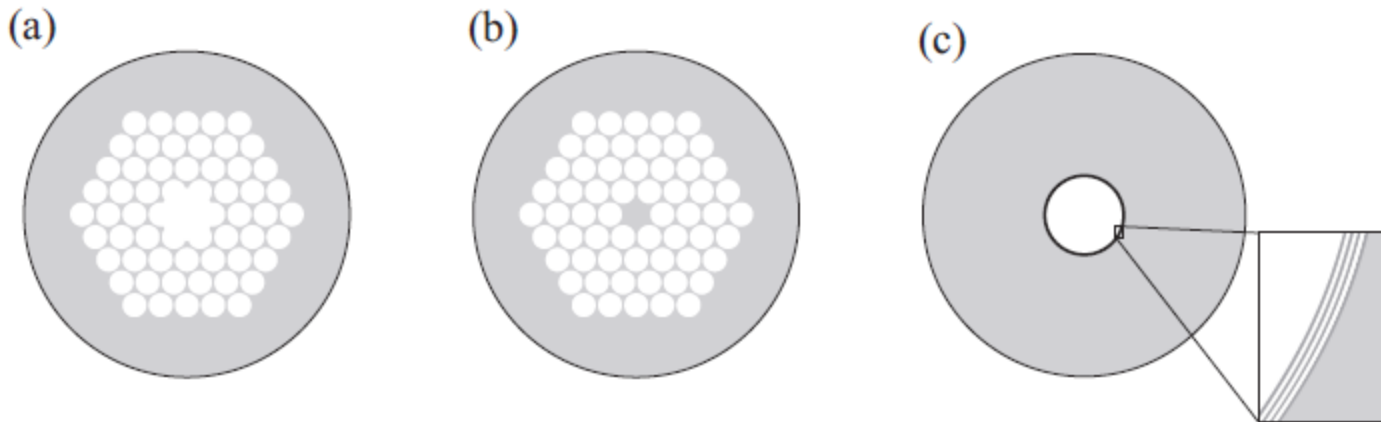
- Degeneracja modów TE i TM
- Nie zachowują polaryzacji

Światłowody zachowujące polaryzację: wymuszona dwójłomność przez naprężenia



Nagroda Nobla 2009: Charles Kao

# Światłowody fotoniczne



Możliwy duży udział dyspersji materiałowej.

## Kwestie praktyczne

Średnica płaszcz, średnica rdzenia (wielomodowy, jednomodowy)

Częstotliwość odcięcia

Tłumienie

Końcówki (typ końcówek lub ich brak)

Czyszczenie końcówek!

Spawanie światłowodów.

# Detektory światła

$$E(t) = A(t)\cos[\omega t + \varphi(t)] \quad \omega = 10^{14} \div 10^{15} \text{ Hz}$$

Reprezentacja zespolona:

$$E(t) = A(t)e^{i[\omega t + \varphi(t)]}$$

$$I(t) \propto |E(t)|^2 = A^2(t) \quad \text{Detektory kwadratowe}$$

Odpowiedź detektora kwadratowego na sygnał superpozycji fal:

$$E(t) = A_1(t)e^{i[\omega_1 t + \varphi_1]} + A_2(t)e^{i[\omega_2 t + \varphi_2]}$$

$$I(t) \propto |E(t)|^2 = A_1^2(t) + A_2^2(t) + A_1(t)A_2(t)\cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) \quad \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \quad \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

Detekcja homodynowa:  $\Delta\omega = 0$

$$I(t) \propto |E(t)|^2 = A_1^2(t) + A_2^2(t) + A_1(t)A_2(t)\cos(\Delta\varphi)$$

- Pomiar bardzo słabych sygnałów

# Parametry rzeczywistych detektorów

- Czułość – stosunek natężenia prądu na wyjściu do mocy padającej, A/W

$$R(\lambda, f) = \frac{i}{P}$$

- Charakterystyka widmowa
- Charakterystyka czasowa (częstotliwościowa) – szybkość odpowiedzi detektora opisana stałą czasową  $\tau$

$$R(f) = \frac{R_0}{\sqrt{1 + (2\pi\tau f)^2}}$$

- Charakterystyka szumu:
  - Stosunek sygnału do szumu (SNR, *signal-to-noise ratio*)
    - Zależy zarówno od charakterystyki detektora, jak i poziomu sygnału
  - Moc równoważan szumom (NEP, *noise-equivalent power*)
    - Parametr detektora
  - Zdolność detekcyjna: odwrotność NEP unormowanej względem rozmiarów detektora ( $A$  – powierzchnia detektora) i pasma  $\Delta f$ :  $D^* = \frac{\sqrt{A\Delta f}}{\text{NEP}}$
- Dynamika (podawana w dB lub bit) – zakres zmienności natężenia, dla którego odpowiedź detektora jest liniowa