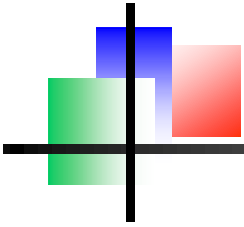


Podstawy Fizyki IV

Optyka z elementami fizyki współczesnej

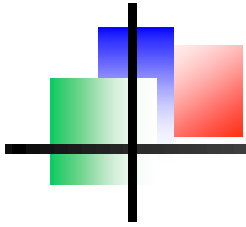
wykład 18, 23.04.2012

wykład:	Czesław Radzewicz
pokazy:	Radosław Chrapkiewicz, Filip Ozimek
ćwiczenia:	Ernest Grodner



Wykład 17 - przypomnienie

- dyfrakcja Frunhofer = transformata Fouriera pola na przesłonie
- propagacja jako zagadnienie fourierowskie
- funkcja odpowiedzi impulsowej, funkcja przenoszenia dla pustej przestrzeni
- dyfrakcyjne ograniczenie zdolności rozdzielczej w obrazowaniu
- filtrowanie częstości przestrzennych
- holografia



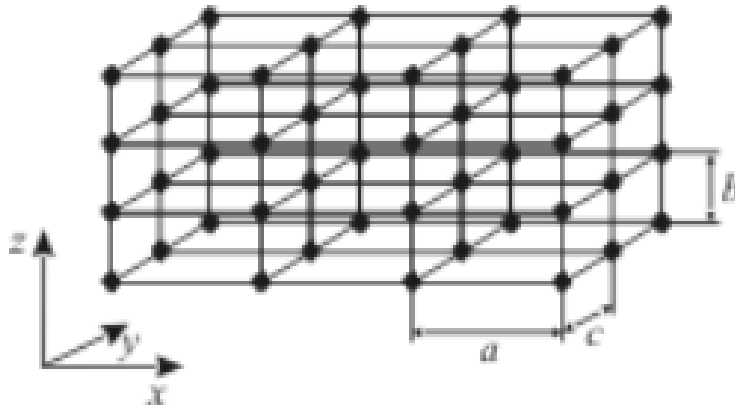
r-nia materiałowe – rewizyta, 1

przypomnienie:

r-nia materiałowe dla ośrodka izotropowego

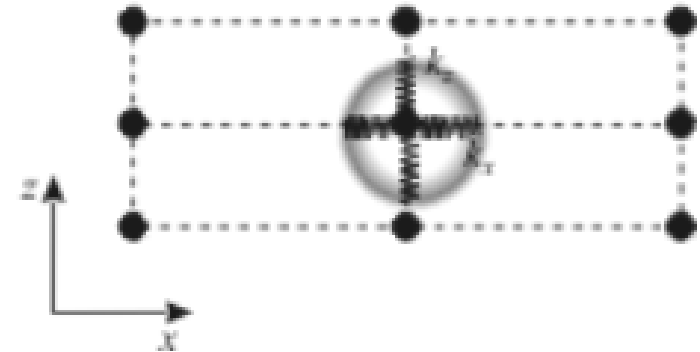
$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$



model Lorentza $\vec{F} = -k\vec{r}$

ośrodki anizotropowe



opis matematyczny ośr. anizotropowych:

$$\vec{D} = \hat{\epsilon} \epsilon_0 \vec{E}$$

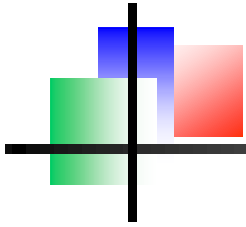
$$D_k = \epsilon_0 \hat{\epsilon}_{kl} E_l$$

tensor stałej dielektrycznej

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix}$$

jest symetryczny

$$\epsilon_{kl} = \epsilon_{lk}$$



matematyka ośrodków dwójłomnych, 1

Przypomnienie; dla ośr. izotropowych:
gęstość energii pola elektrycznego

$$u_E = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} \quad \text{J/m}^3$$

podobnie, dla ośr. anizotropowych:

$$u_E = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} = \frac{1}{2} \epsilon_0 (\epsilon_{x'x'} E_{x'}^2 + \epsilon_{y'y'} E_{y'}^2 + \epsilon_{z'z'} E_{z'}^2 + 2\epsilon_{x'y'} E_{x'} E_{y'} + 2\epsilon_{x'z'} E_{x'} E_{z'} + 2\epsilon_{y'z'} E_{y'} E_{z'})$$

matematyka: przez obroty można znaleźć własny układ
odniesienia taki, że

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 (\epsilon_x E_x^2 + \epsilon_y E_y^2 + \epsilon_z E_z^2)$$

co daje prosty związek pomiędzy $\vec{E}$ i $\vec{D}$:

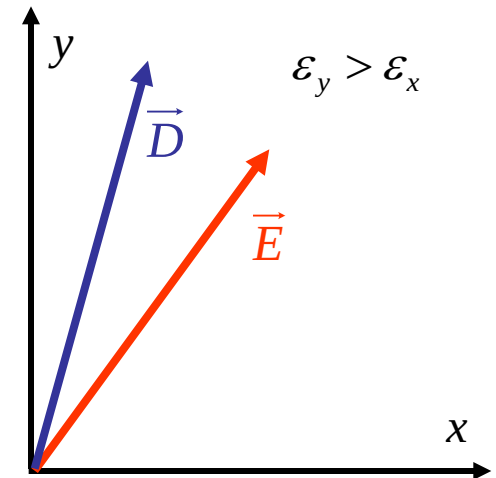
$$D_x = \epsilon_0 \epsilon_x E_x$$

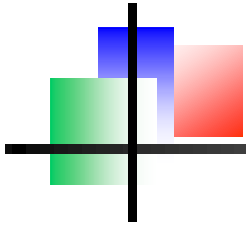
$$D_y = \epsilon_0 \epsilon_y E_y$$

$$D_z = \epsilon_0 \epsilon_z E_z$$

wektory $\vec{E}$ i $\vec{D}$ nie muszą
być równoległe!!!

kwadryga opisująca elipsoidę





matematyka ośrodków dwójłomnych, 2

r-nia Maxwella dla dielektryka

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (4)$$

przyjmijmy płaską falę
monochromatyczną:

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{H}(t, \vec{r}) = \vec{H}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{k} = k \hat{s}$$

Gdzie $\hat{s}$ to wersor o kierunku
wektora falowego

+ rachunki $\Rightarrow$

$$\vec{H} \times \hat{s} = \frac{c}{n} \vec{D}$$

$$\hat{s} \times \vec{E} = \frac{c}{n} \mu \mu_0 \vec{D}$$

plus r-nia materiałowe dla ośrodka anizotropowego

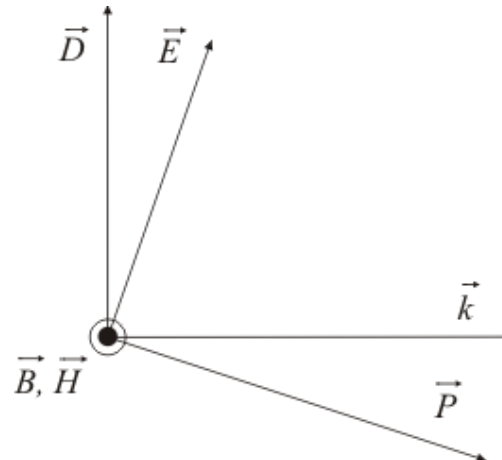
$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$

plus wektor Poyntinga

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$$

dają



$\vec{E}$ - pole elektr.

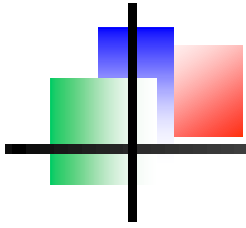
$\vec{D}$ - Przesunięcie diel.

$\vec{H}$ - pole magnet.

$\vec{B}$ - indukcja magnet.

$\vec{k}$ - wektor falowy

$\vec{P}$ - wektor Poyntinga



matematyka ośrodków dwójłomnych, 3

r-nia Maxwella dla dielektryka

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (4)$$

jeden wyróżniony

kierunek – oś optyczna $\Rightarrow \hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix}$

kierunek z

1. zakładamy płaskie fale monochromatyczne

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}, \quad \vec{H}(t, \vec{r}) = \vec{H}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

2. Fale rozchodzą się

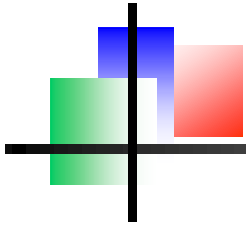
w płaszczyźnie $x - z$

$$\vec{k} = k_x \hat{x} + k_z \hat{z}$$

dla pól $\vec{f}(t, \vec{r}) = \vec{E}(t, \vec{r}), \vec{H}(t, \vec{r})$ obowiązują proste reguły: $\frac{\partial \vec{f}}{\partial t} = -i\omega \vec{f}, \nabla \times \vec{f} = i\vec{k} \times \vec{f}$

r-nia Maxwella + rachunki ... dają urocze równanie wektorowe:

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = \vec{k} \times \omega \vec{B} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \hat{\epsilon} \cdot \vec{E}$$



matematyka ośrodków dwójłomnych, 4

równanie $\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \hat{\epsilon} \cdot \vec{E}$
rozpisane na współrzędne

wygląda tak:

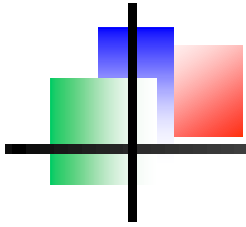
$$\begin{pmatrix} 0 & k_z & 0 \\ -k_z & 0 & k_x \\ 0 & -k_x & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \begin{pmatrix} \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

czyli

$$\begin{pmatrix} k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon & 0 & -k_x k_z \\ 0 & k_x^2 + k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon \epsilon & 0 \\ -k_x k_z & 0 & k_x^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0$$

i ma nietrywialne rozwiązania jeśli wyznacznik macierzy jest zerowy

$$(k_x^2 + k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon \epsilon) [(k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon)(k_x^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_z) - k_x^2 k_z^2] = 0$$



matematyka ośrodków dwójłomnych, 5

$$(k_x^2 + k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon) [(k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon)(k_x^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_z) - k_x^2 k_z^2] = 0$$

Przypadek 1:

$$k_x^2 + k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon$$
$$k_x^2 + k_z^2 = k^2 = \left(\frac{n\omega}{c}\right)^2, \quad n = \sqrt{\epsilon}$$

współczynnik załamania nie zależy od kierunku wektora $\vec{k}$

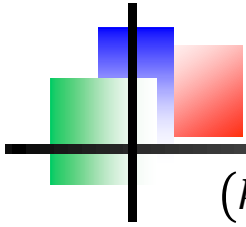
wracamy do r-nia:

$$\begin{pmatrix} k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon & 0 & -k_x k_z \\ 0 & k_x^2 + k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon & 0 \\ -k_x k_z & 0 & k_x^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0$$

Jeśli $k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon = 0$
to $E_x = E_z = 0$

Fala jest spolaryzowana liniowo w kierunku y czyli prostopadle do płaszczyzny zawierającej oś optyczną (kierunek z) oraz wektor falowy

FALA ZWYCZAJNA



matematyka ośrodków dwójłomnych, 6

$$(k_x^2 + k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon) [(k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon) (k_x^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_z) - k_x^2 k_z^2] = 0$$

Przypadek 2:

$$(k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon) (k_x^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_z) - k_x^2 k_z^2 = 0$$

proste rachunki dają

$$\frac{k_x^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_z} + \frac{k_z^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon} = 1$$

współczynnik załamania światła jest funkcją kierunku propagacji!

wracamy do r-nia:

$$\begin{pmatrix} k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon & 0 & -k_x k_z \\ 0 & k_x^2 + k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon & 0 \\ -k_x k_z & 0 & k_x^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0$$

$$\text{Jeśli } (k_z^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon) (k_x^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_z) - k_x^2 k_z^2 = 0$$

to $E_y = 0$

Fala jest spolaryzowana liniowo w kierunku prostopadłym do y czyli wektor pola elektrycznego leży w płaszczyźnie zawierającej oś optyczną (kierunek z) oraz wektor falowy

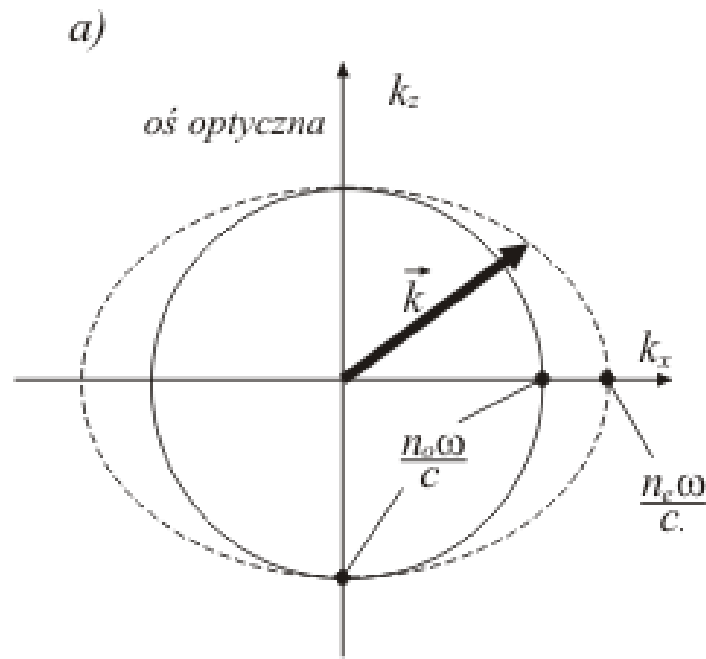
FALA NADZWYCZAJNA

współ. załamania fal w krysz. jednoosiowym

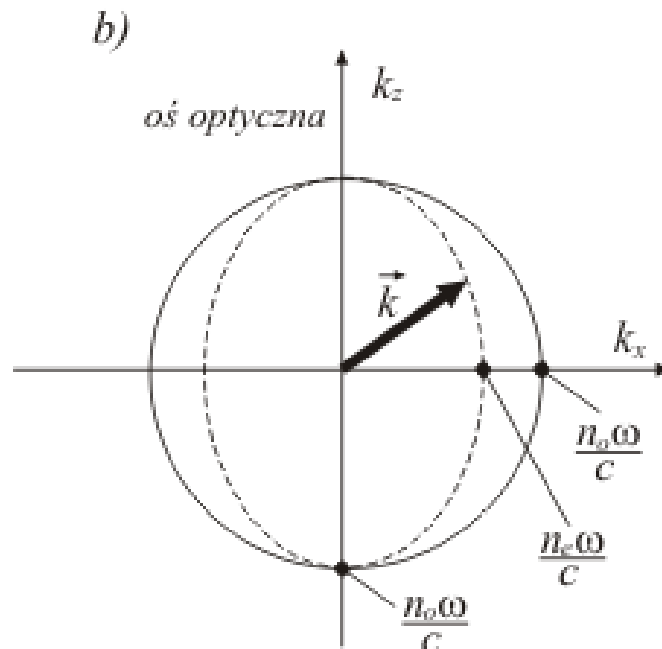
$$\left. \begin{aligned} \frac{k_x^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_z} + \frac{k_z^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon} &= 1 \\ \text{oznaczmy:} \\ k_x &= k \sin \Theta \\ k_z &= k \cos \Theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\sin^2 \Theta}{n_e^2} + \frac{\cos^2 \Theta}{n_o^2} = \frac{1}{n^2(\Theta)}$$

gdzie

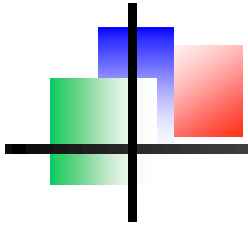
$$\begin{aligned} n_o &= \sqrt{\epsilon} \\ n_e &= \sqrt{\epsilon_z} \end{aligned}$$



kryształ jednoosiowy dodatni ($n_e > n_o$)



kryształ jednoosiowy ujemny ($n_e < n_o$)

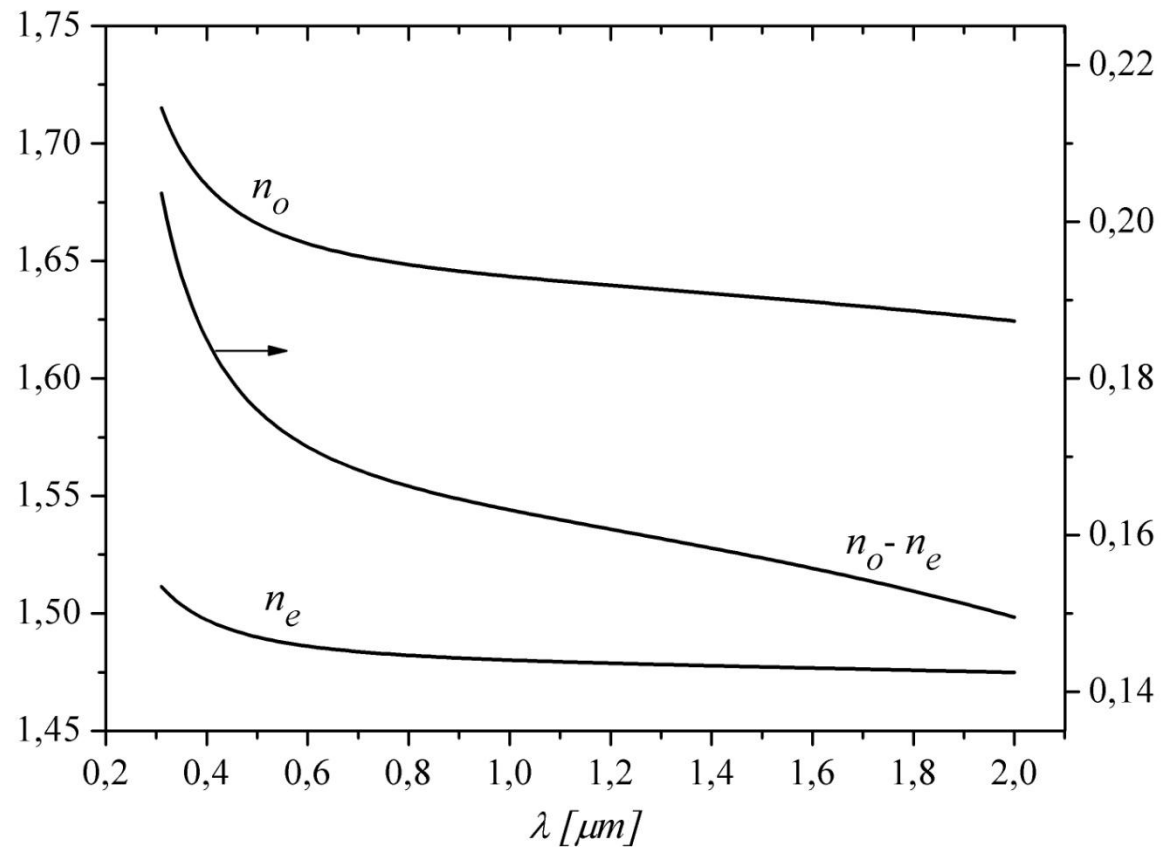


niektóre kryształy jednoosiowe

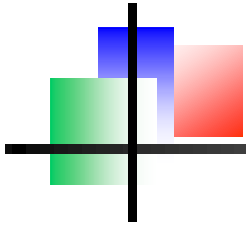
kryształ	formuła	n_o	n_e
kwarc	SiO_2	1.5443	1.5534
kalcyt	CaCO_3	1.6584	1.4793
korund	Al_2O_3	1.7682	1.6598
rutyl	TiO_2	2.6158	2.9020
KDP	KH_2PO_4	1.5098	1.4695
????	YVO_4	1.958	2.168

dane dla $\lambda = 0.589 \mu\text{m}$

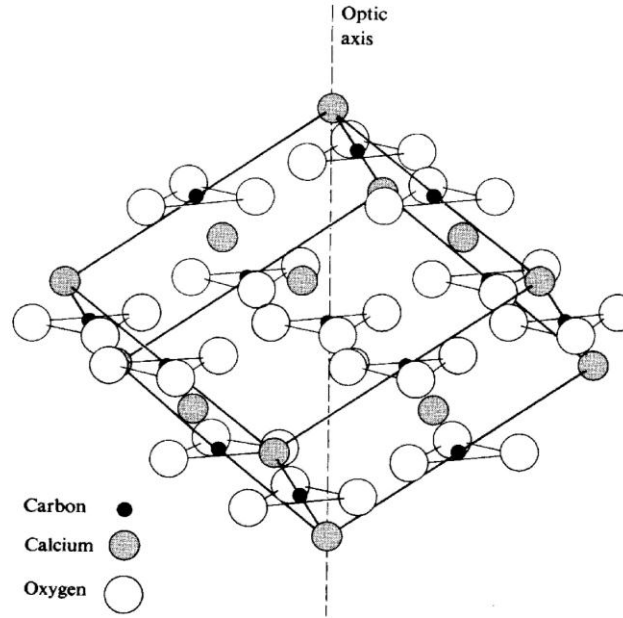
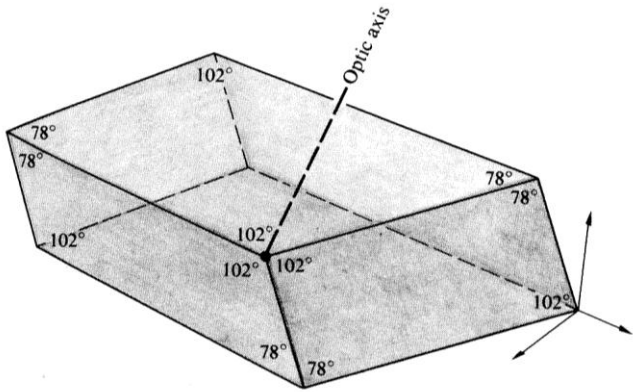
przykład 1- kalcyt



kryształ jednoosiowy ujemny ($n_e < n_o$)



kalcyt, szpat islandzki

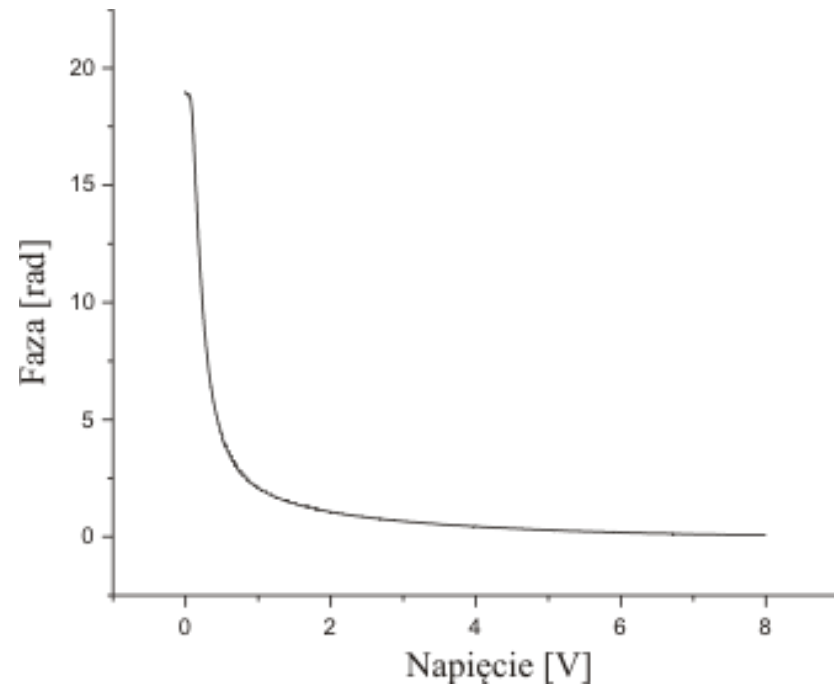
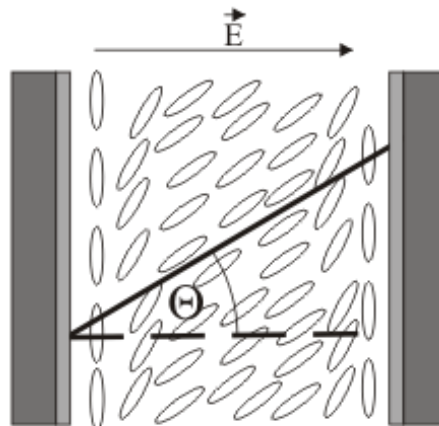
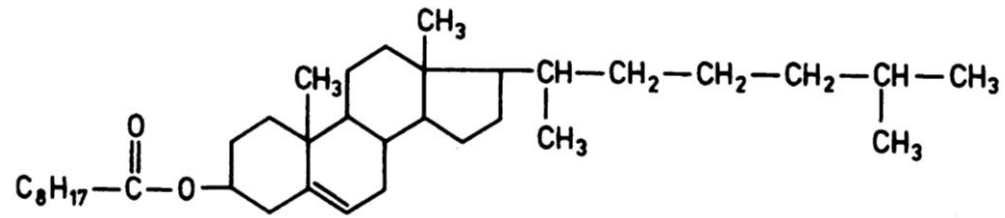
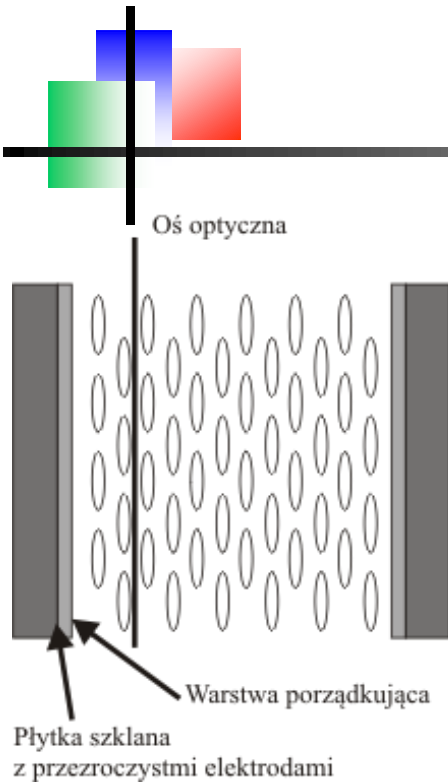


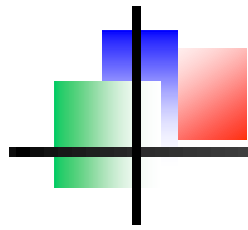
kordieryt



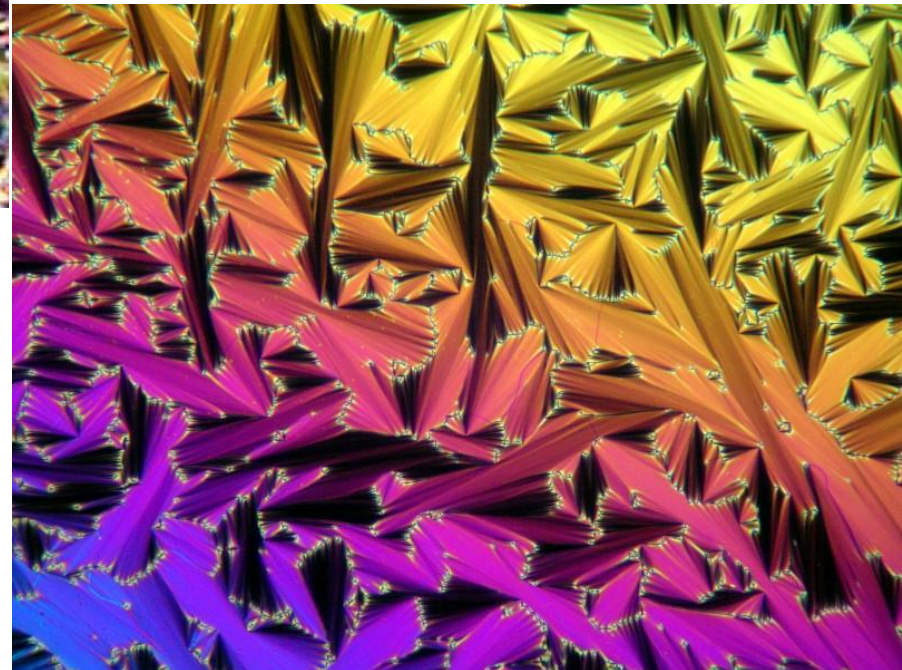
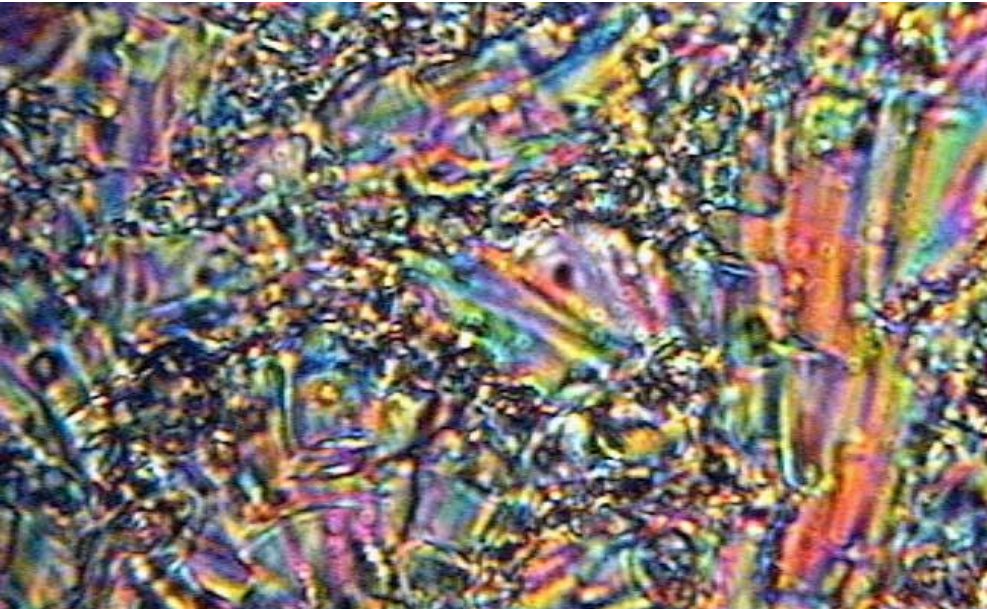
przykład 2, ciekłe kryształy

smektyki



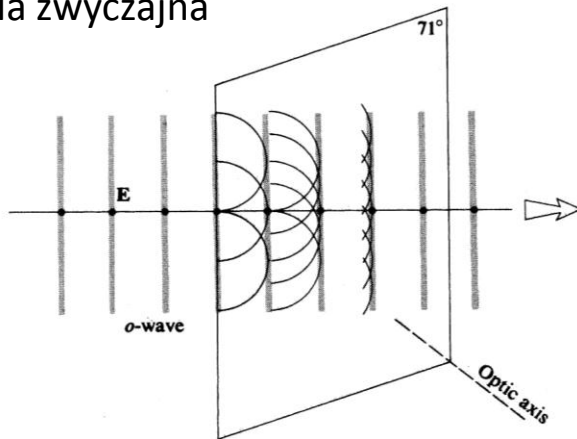


ciekłe kryształy – samoorganizacja smektyków

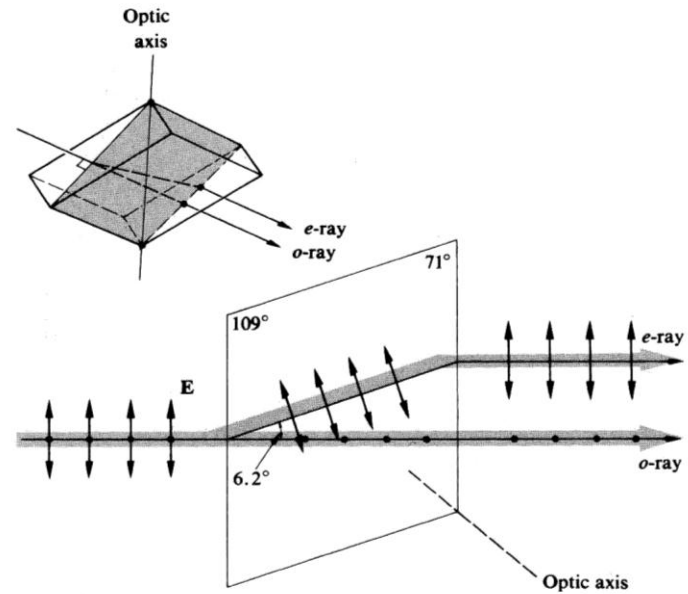
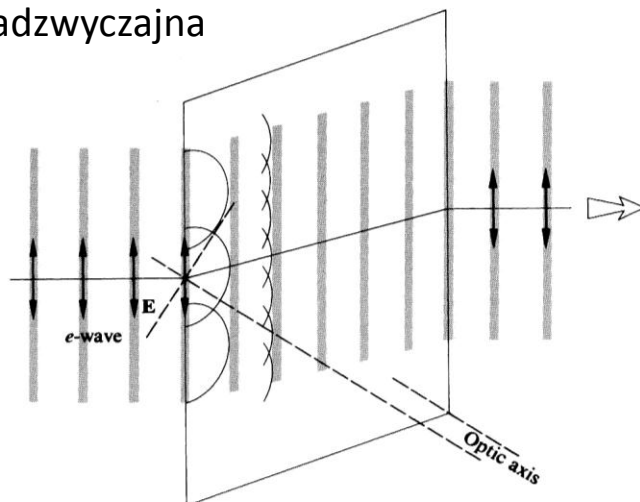


dryf, 1

fala zwyczajna

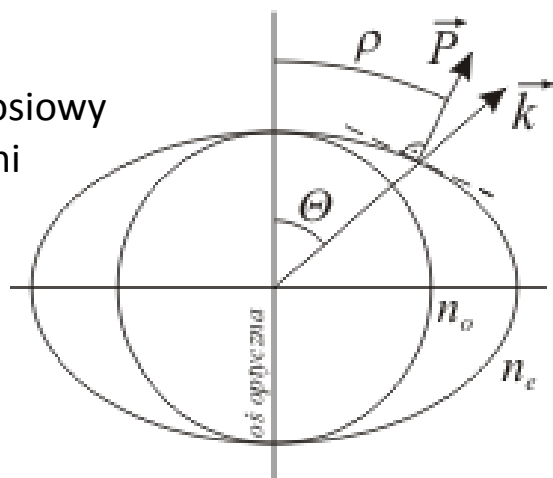


fala nadzwyczajna

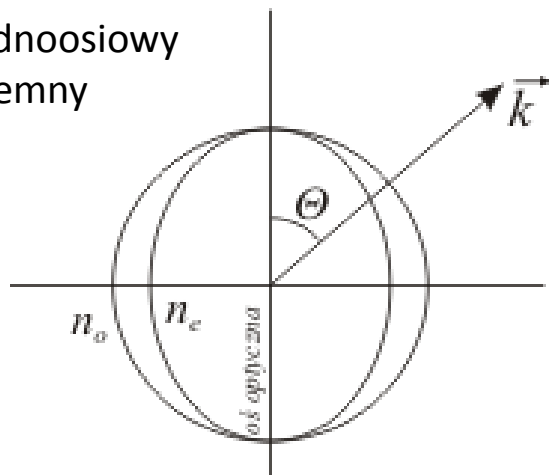


dryf, 2

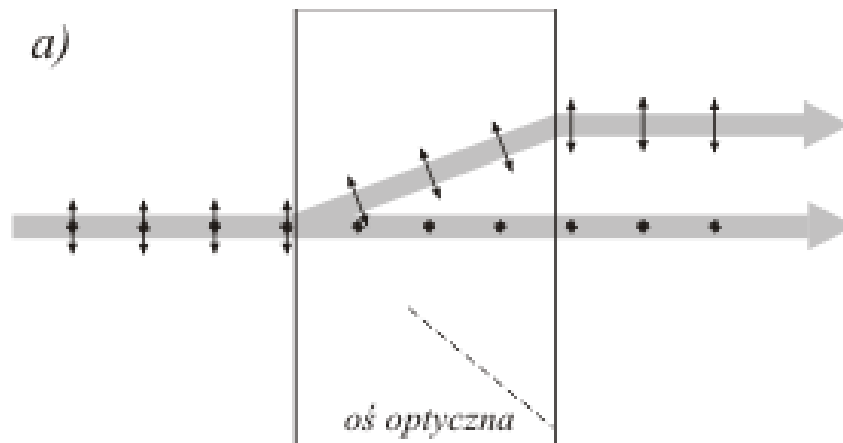
jednoosiowy
dodatni



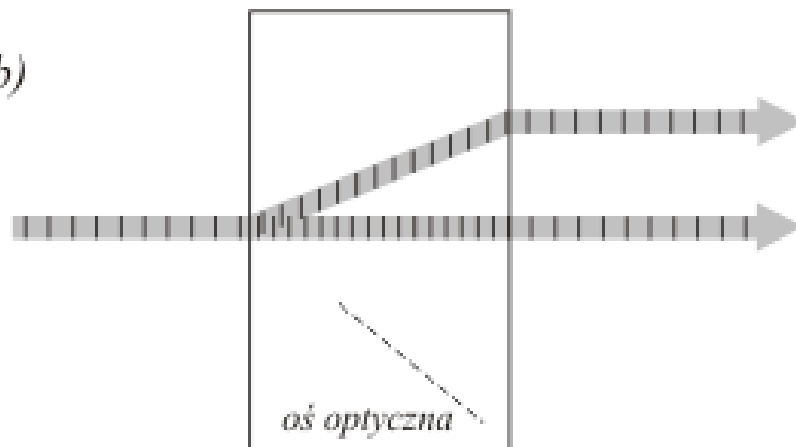
jednoosiowy
ujemny



a)



b)



dryf, 3

z rysunku:

$$\tan \Theta = \frac{D_z}{D_x}$$

$$\tan \varrho = \frac{E_z}{E_x}$$

ale

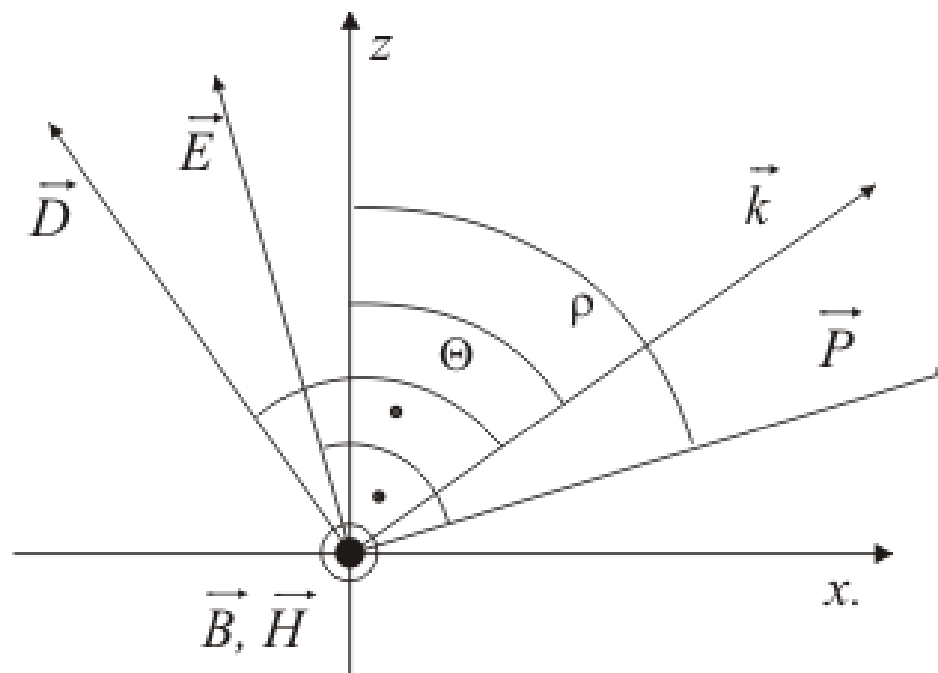
$$D_z = \epsilon_z E_z = n_e^2 E_z$$

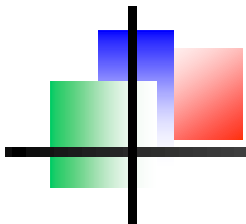
$$D_x = \epsilon E_x = n_o^2 E_x$$

skąd mamy

$$\tan \varrho = \frac{n_o^2}{n_e^2} \tan \Theta$$

kąt dryfu: $\varrho - \Theta$

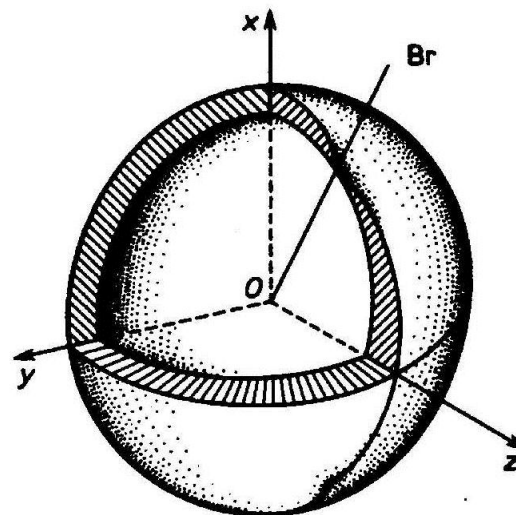
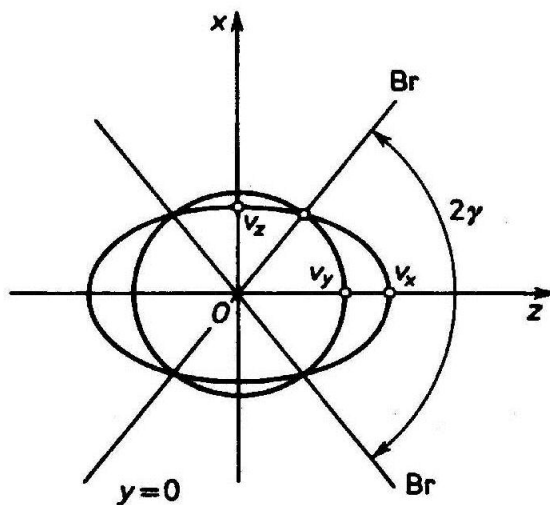
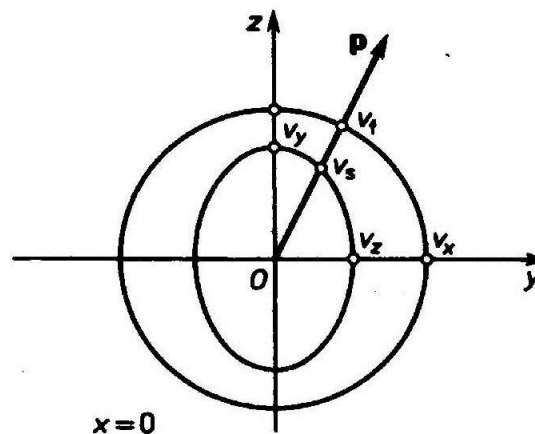
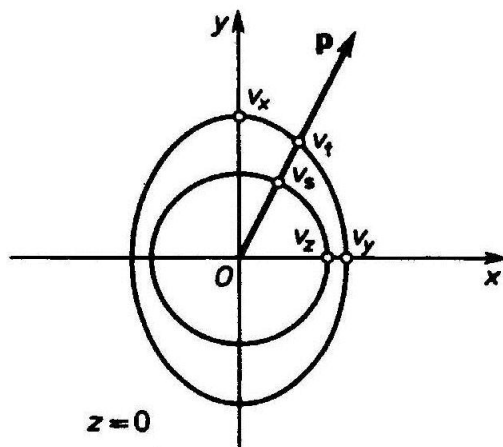


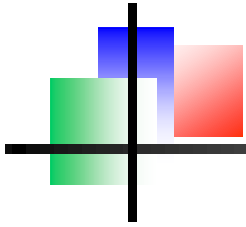


powierzchnia prędkości fazowych



w ogólnym przypadku
(kryształ dwuosiowy) –
powierzchnia dwuwarstwowa

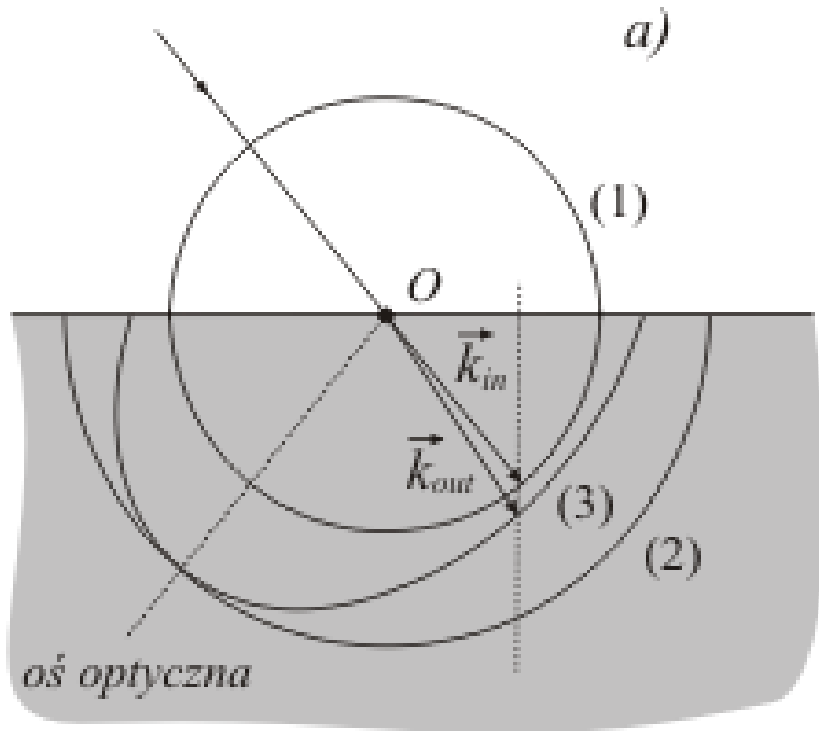




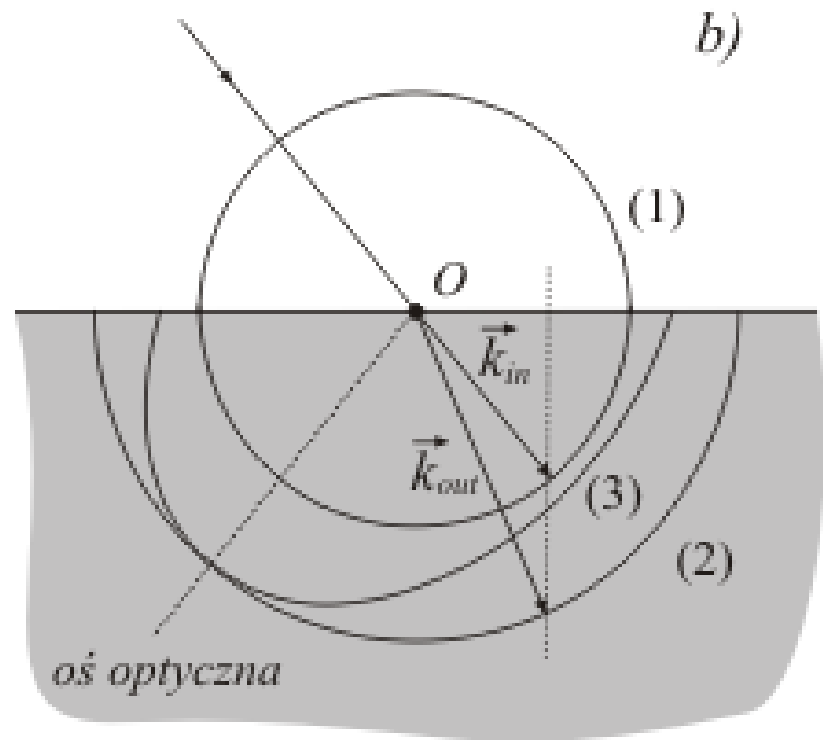
załamanie na granicy

„prawo natury”: przy załamaniu zachowuje się składowa styczna wektora falowego

$$k = \frac{n\omega}{c}$$



fala nadzwyczajna



fala zwyczajna

kryształ jednoosiowy

polaryzacja światła

płaska fala monochromatyczna

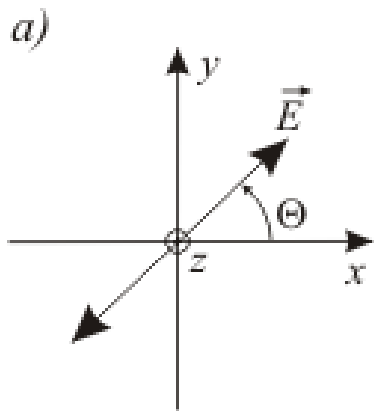
propagacja w kierunku z : $\vec{E}_{in}(z, t) = e^{i(kz - \omega t)} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}$

Uwaga: zespolone wartości E_x i E_y definiują polaryzację światła

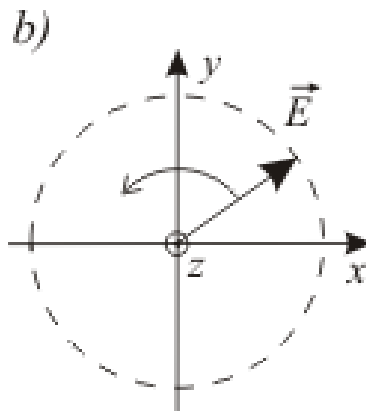
$$\begin{bmatrix} \cos \Theta \\ \sin \Theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix}$$

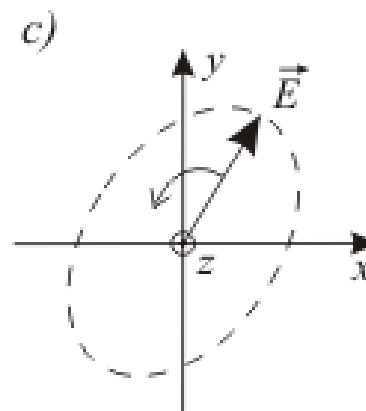
$$\begin{bmatrix} \cos \Theta \\ \sin \Theta e^{i\varphi} \end{bmatrix}$$



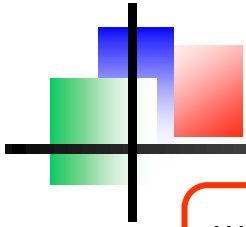
liniowa



kołowa



eliptyczna



propagacja: $\vec{k} \perp \hat{z}, 1$

w kryształach mogą się rozchodzić tylko dwie fale: zwyczajna i nadzwyczajna

Fala wejściowa to

$$\vec{E}_{in}(z, t) = e^{i(kz - \omega t)} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}$$

Propagacja zmienia fazy

$$\vec{E}_{out}(z, t) = e^{i(kz - \omega t)} \begin{bmatrix} E_x e^{i\delta_x} \\ E_y e^{i\delta_y} \end{bmatrix}$$

o wartości

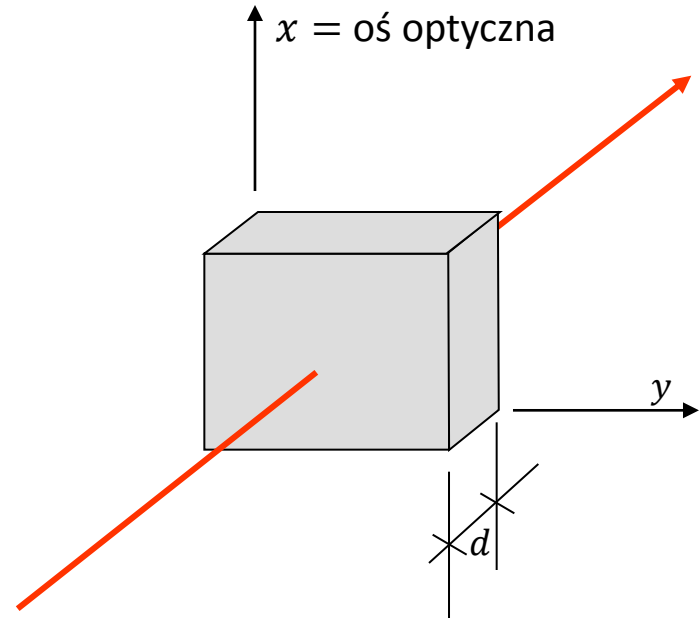
$$\delta_x = k_0 n_e d$$

$$\delta_y = k_0 n_o d$$

Ostatecznie

$$\vec{E}_{out}(z, t) = e^{i(kz - \omega t)} e^{i\delta_x} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y e^{i\Gamma} \end{bmatrix}$$

przy czym $\Gamma = \delta_y - \delta_x$



Różnica faz dla dwóch liniowych polaryzacji

$$\Gamma = k_0 (n_o - n_e) d$$

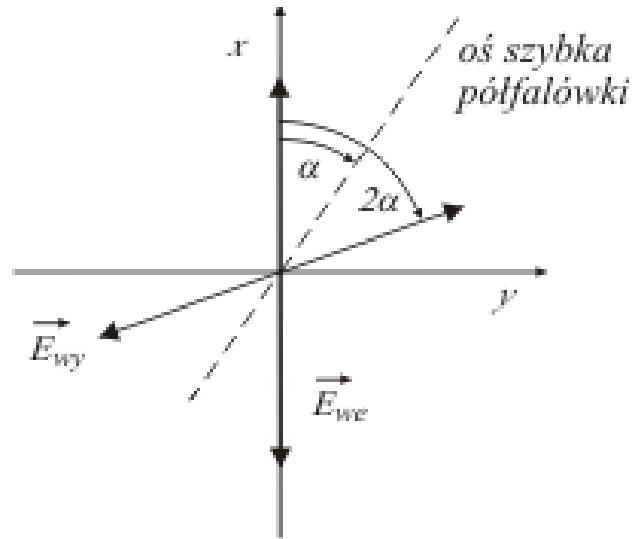
Kiedy

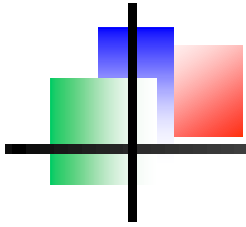
$$\Gamma = m \cdot 2\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

polaryzacja pozostaje niezmienną

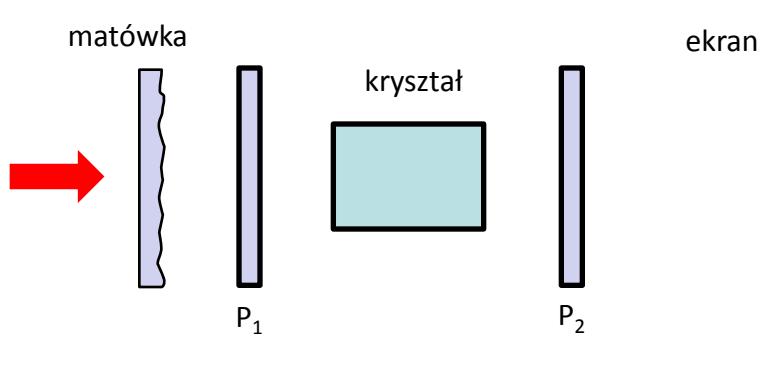
propagacja: $\vec{k} \perp \hat{z}$, 2

Jeśli polaryzacja wejściowa jest liniowa
i $\Gamma = m\pi$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
to mamy obrót płaszczyzny polaryzacji
a płytkę nazywamy półfalówką

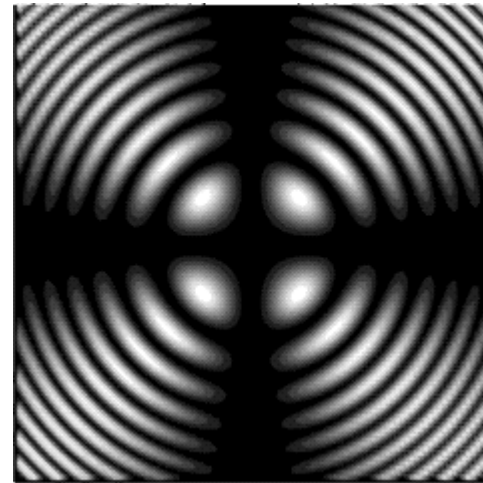




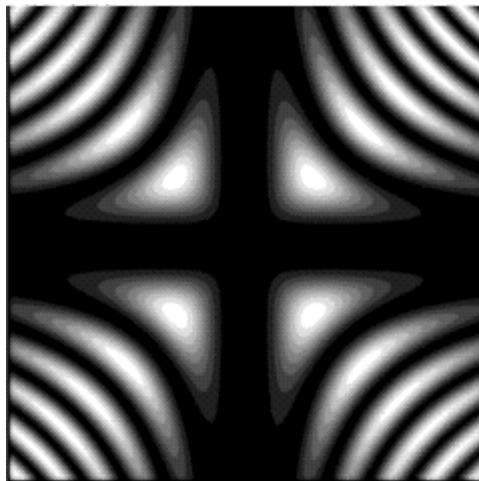
krzywe konoskopowe



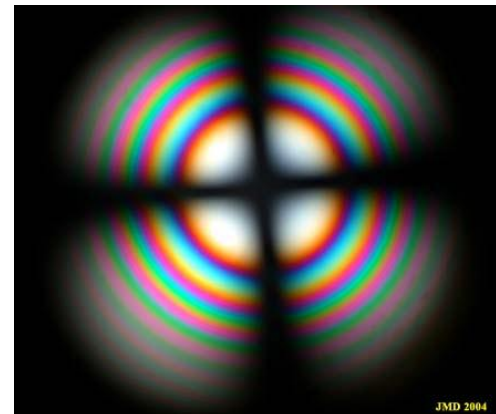
oś opt. $\parallel z$, mono.



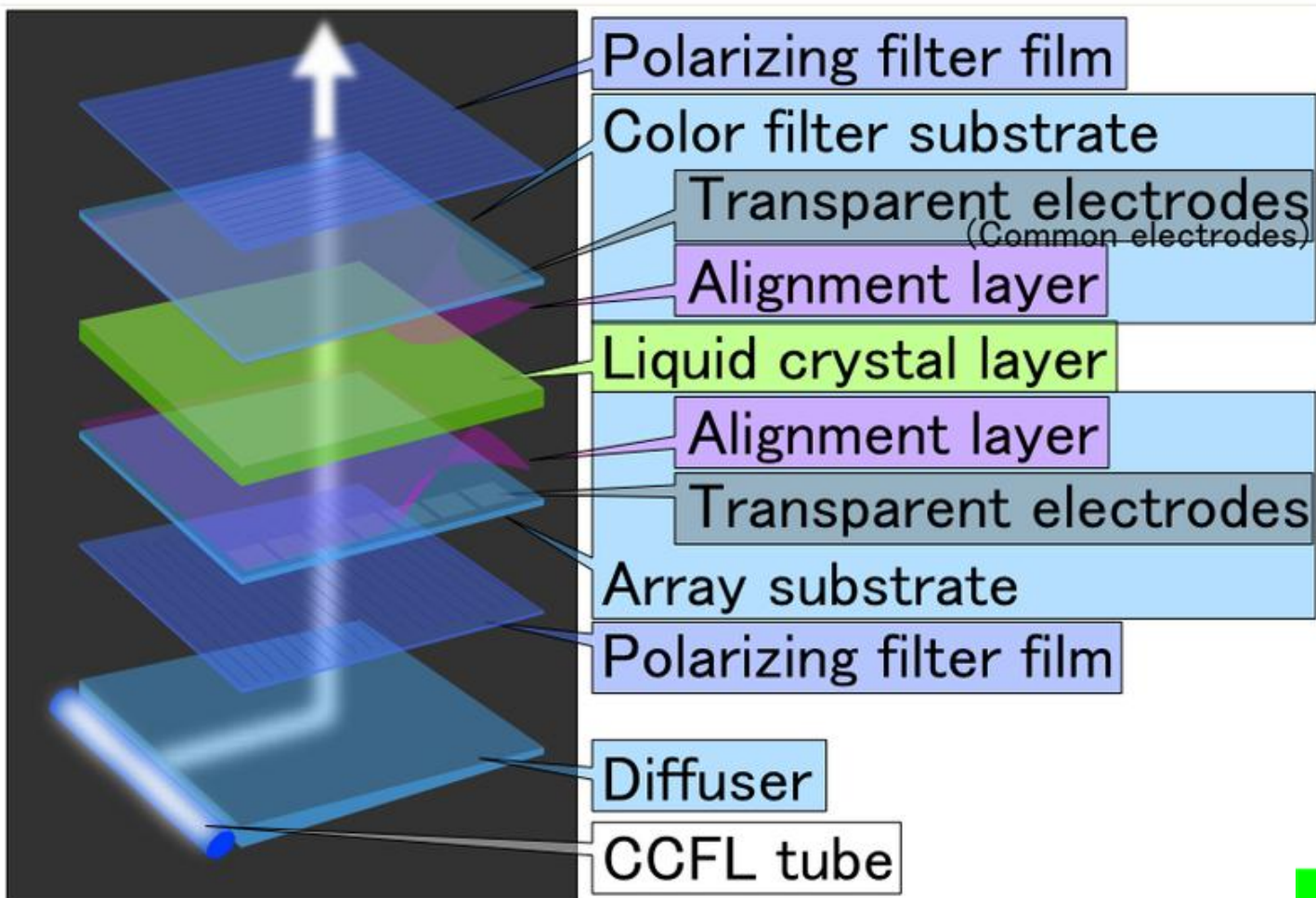
oś opt. w płaszczyźnie x-y 45° , mono



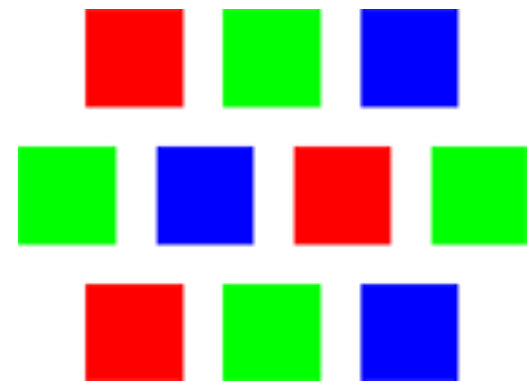
oś opt. $\parallel z$, poli.

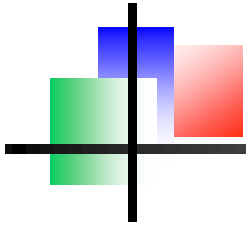


wyświetlacze LCD



RGB

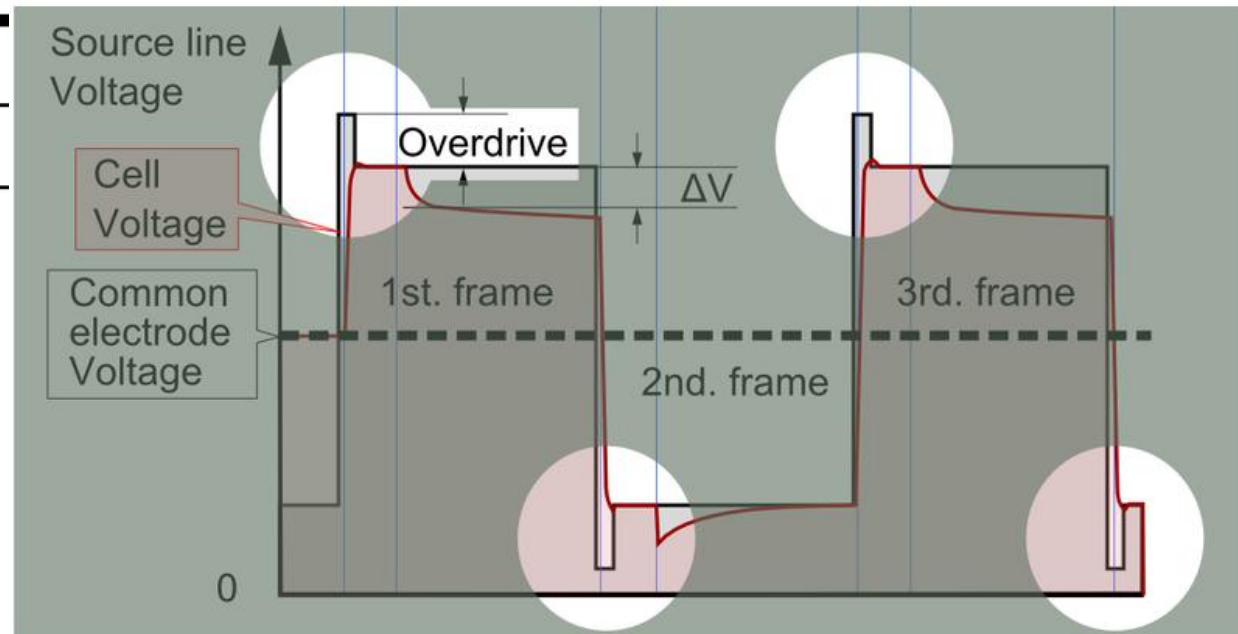
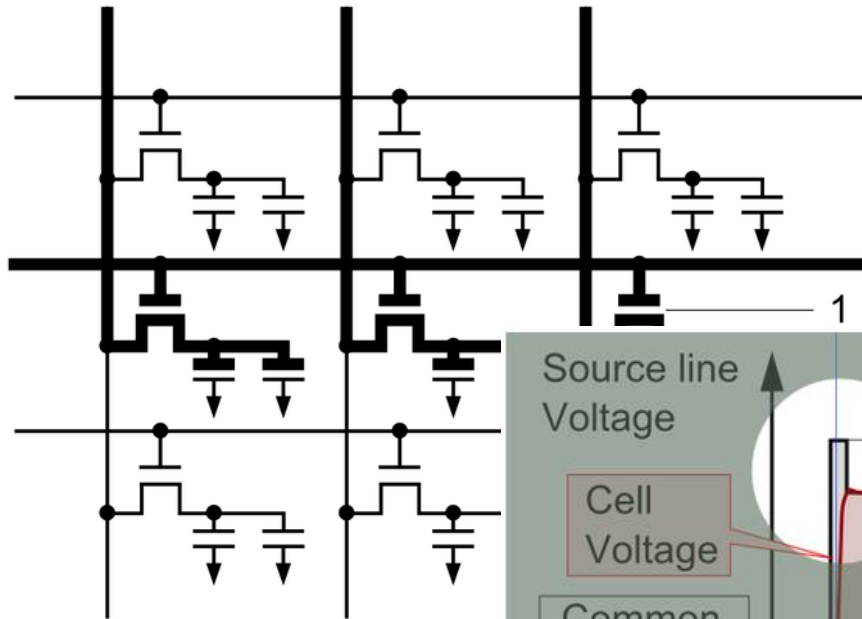




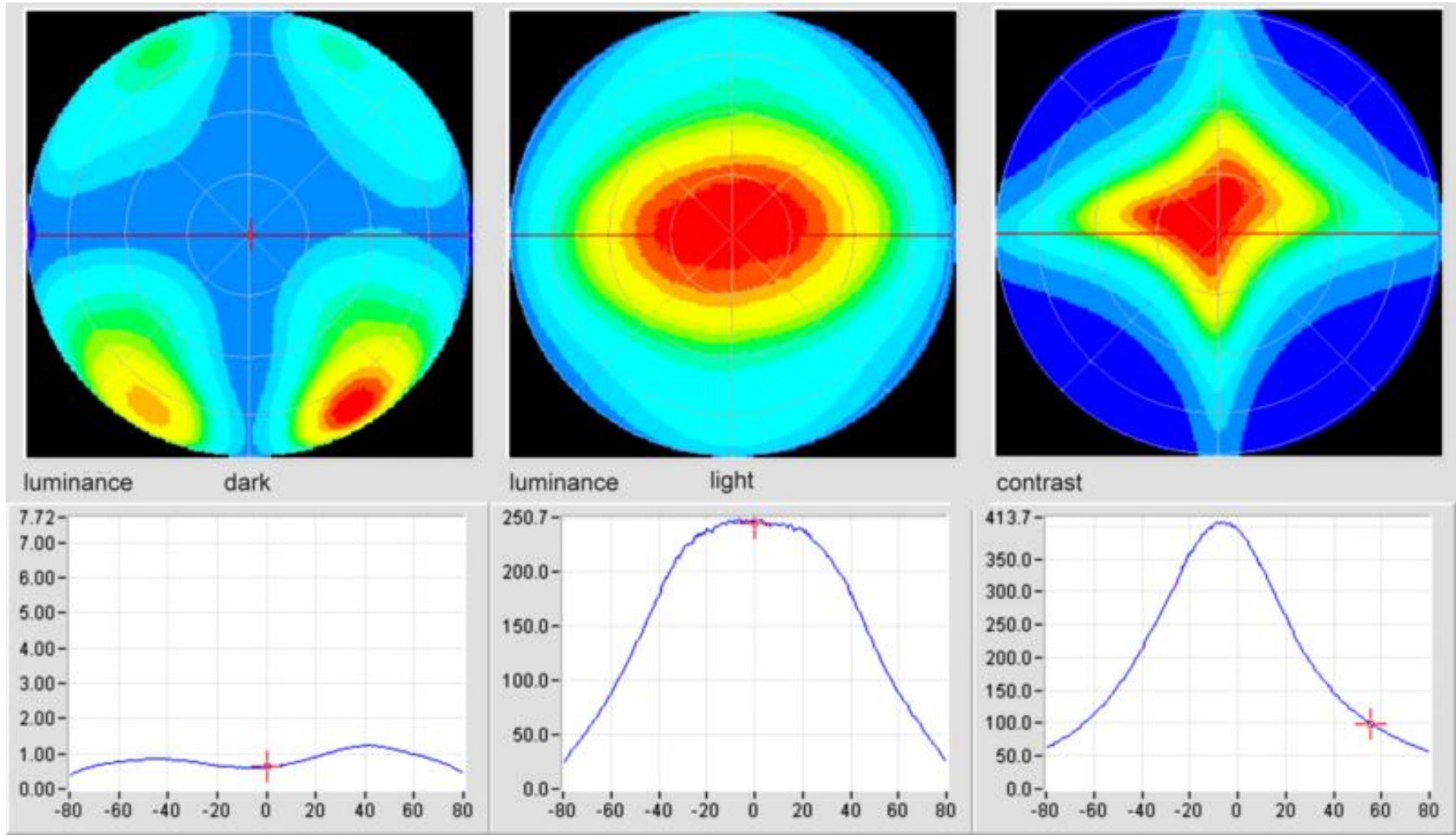
wyświetlacze LCD - elektronika

Source lines

Gate lines



LCD – duże kąty



HUP – Head Up Display

