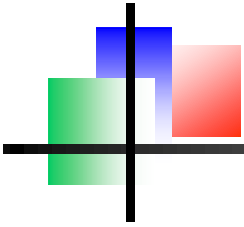


Podstawy Fizyki IV

Optyka z elementami fizyki współczesnej

wykład 6, 02.03.2012

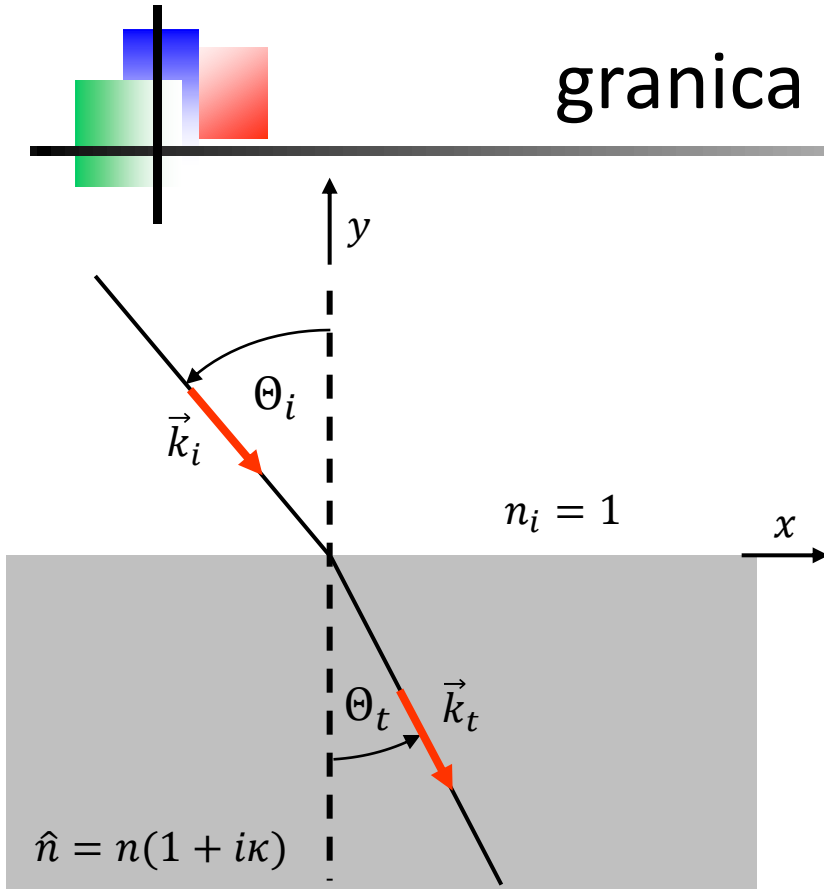
wykład:	Czesław Radzewicz
pokazy:	Radosław Chrapkiewicz, Filip Ozimek
ćwiczenia:	Ernest Grodner



Wykład 5 - przypomnienie

- ciągłość pól stycznych do granicy pomiędzy dielektrykami
- wzory Fresnela
- amplitudowe współczynniki odbicia i transmisji dla polaryzacji równoległej i prostopadłej
- współczynniki odbicia i transmisji dla mocy wiązki
- padanie zewnętrzne; kąt Brewstera
- padanie wewnętrzne; całkowite wewnętrzne odbicie
- fala zanikająca (ewanescencyjna)

granica dielektryk – metal, 1



W metalu mamy zespolony wektor falowy $\vec{k}$.
Zapiszemy go w postaci $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \hat{n} \vec{s} = \frac{\omega}{c} n(1 + i\kappa) \vec{s}$
gdzie $\vec{s}$ jest wektorem o jednostkowej długości (wersorem) . Fala wnikaćca do metalu to

$$\vec{E}_t(\vec{r}, t) = \vec{E}_{t0} e^{i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

Stosujemy prawo Snella z zespolonym współczynnikiem załamania żeby wyliczyć wektor falowy: $\sin \Theta_i = \hat{n} \sin \Theta_t$

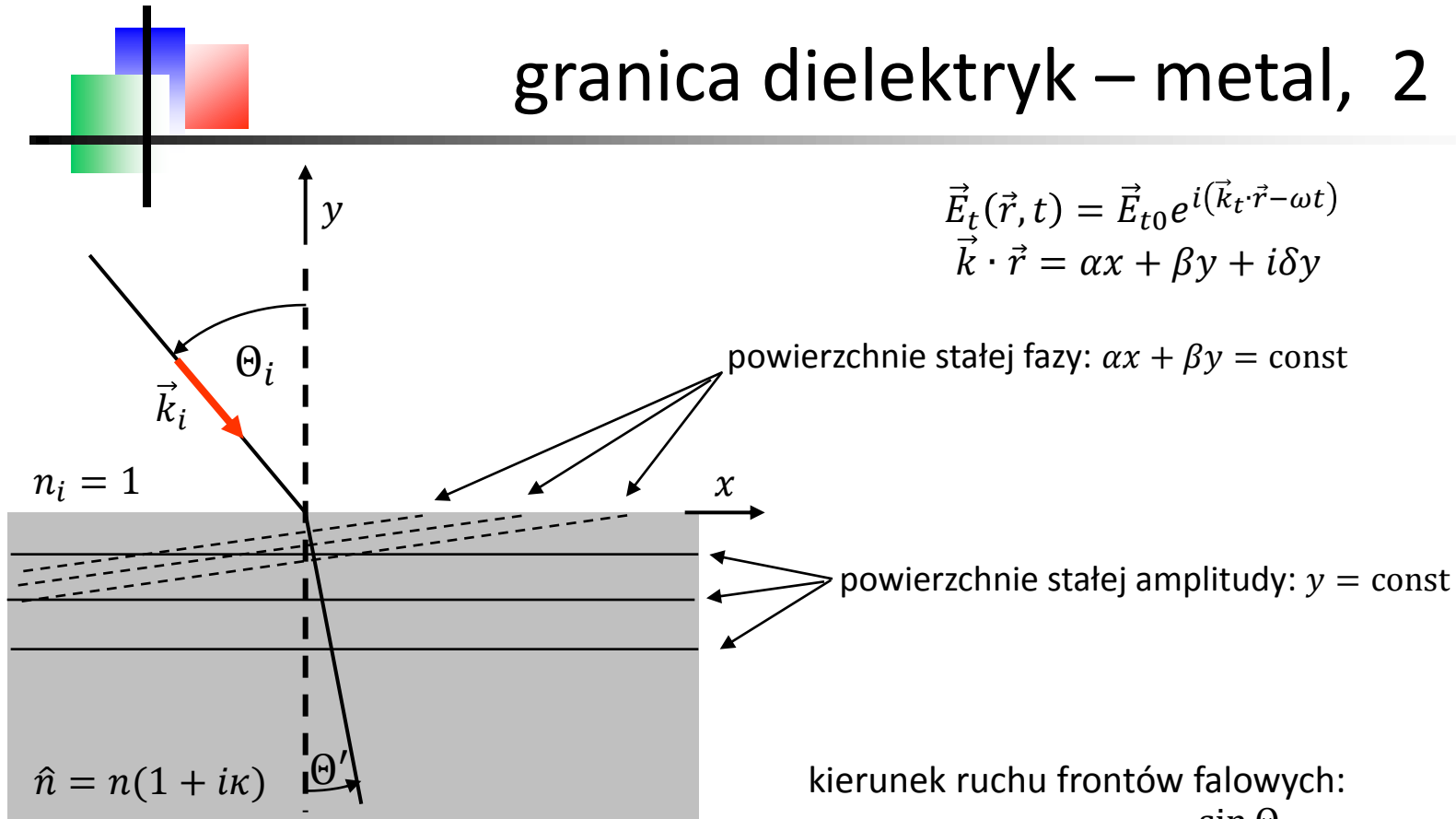
$$s_x = \sin \Theta_t = \frac{\sin \Theta_i}{\hat{n}} = \frac{1 - i\kappa}{n(1 + \kappa^2)} \sin \Theta_i$$

$$s_y = \cos \Theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta_t} = \dots = q e^{i\gamma}$$

Liczymy wykładnik wyrażenia na pole fali:

$$\begin{aligned} \vec{k} \cdot \vec{r} &= \frac{\omega}{c} n(1 + iq)(xs_x + ys_y) = \dots = \\ &= \frac{\omega}{c} [x \sin \Theta_i + nq(\cos \gamma - \kappa \sin \gamma)y + inq(\kappa \cos \gamma + \sin \gamma)] = \\ &= \alpha x + \beta y + i\delta y \end{aligned}$$

granica dielektryk – metal, 2



$$\vec{E}_t(\vec{r}, t) = \vec{E}_{t0} e^{i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = \alpha x + \beta y + i\delta y$$

powierzchnie stałej fazy: $\alpha x + \beta y = \text{const}$

powierzchnie stałej amplitudy: $y = \text{const}$

kierunek ruchu frontów falowych:

$$\sin \Theta' = \frac{\sin \Theta_i}{\sqrt{\sin^2 \Theta_i + n^2 q^2 (\cos \gamma - \kappa \sin \gamma)^2}}$$

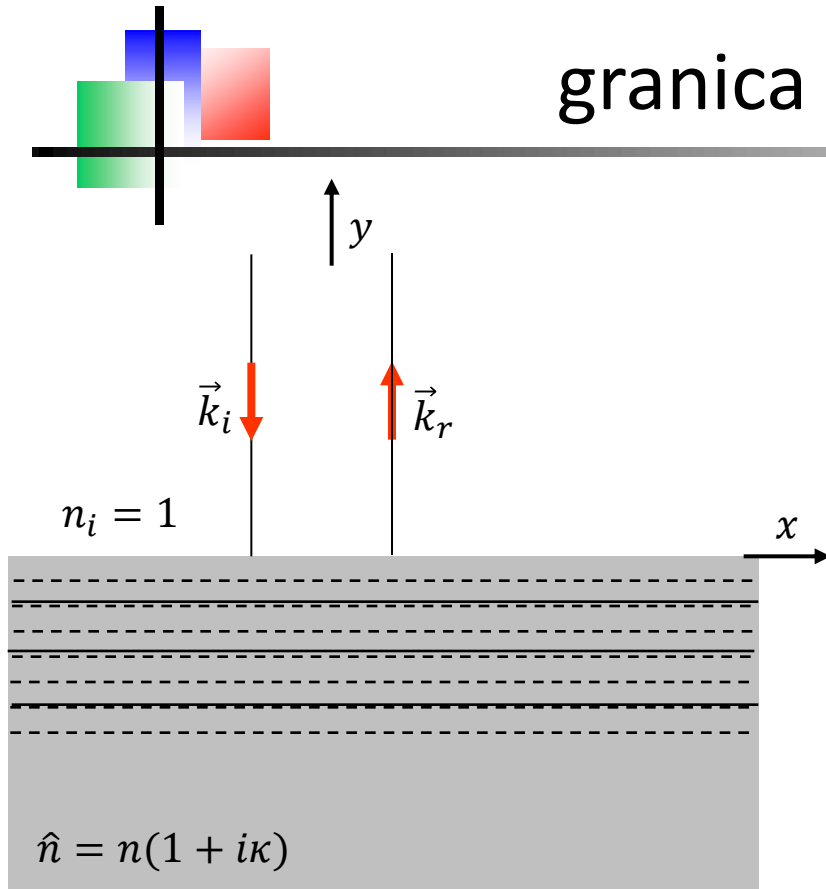
obowiązują standardowe wzory Fresnela dla fali odbitej:

$$r_{\perp} = \frac{n_i \cos \Theta_i - n_t \cos \Theta_t}{n_i \cos \Theta_i + n_t \cos \Theta_t}$$

$$r_{\parallel} = \frac{n_i \cos \Theta_t - n_t \cos \Theta_i}{n_i \cos \Theta_t + n_t \cos \Theta_i}$$

$\cos \Theta_i$ jest zespolony zatem $r_{\perp}$ i $r_{\parallel}$ też są zespolone $\rightarrow$ możliwa zmiana polaryzacji światła przy odbiciu od metalu

granica dielektryk – metal, 3



padanie normalne - nie ma rozróżnienia pomiędzy $\perp$ i $\parallel$.

powierzchnie stałej amplitudy i fronty falowe są równoległe do granicy.

Odbicie:

$$R = |r|^2 = \left| \frac{\hat{n} - 1}{\hat{n} + 1} \right|^2$$

- idealny przewodnik, częstość niższa od częstości plazmowej (wykład 4)

$$\hat{n} = i \sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1} \Rightarrow R = 1$$

- materiał ze skończonym przewodnictwem elektrycznym

$$\hat{n} = n(1 + i\kappa)$$

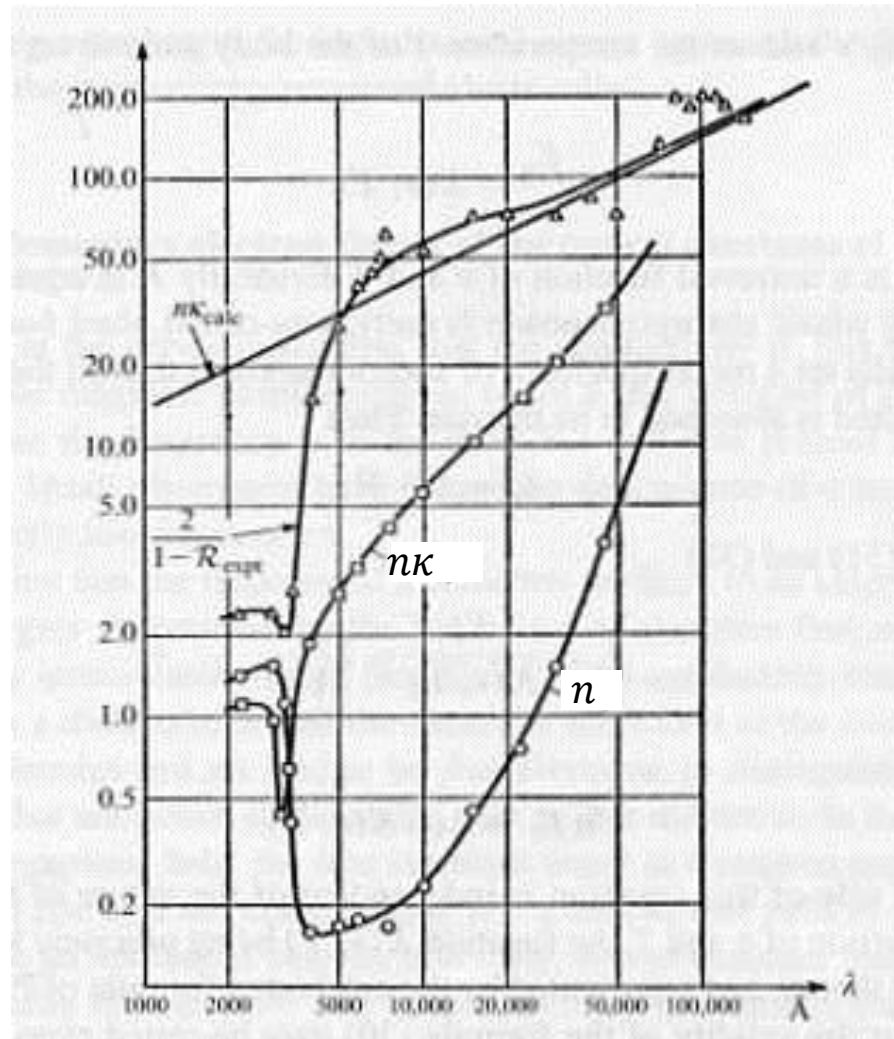
$$R = \left| \frac{\hat{n} - 1}{\hat{n} + 1} \right|^2 = \frac{n^2(1 + \kappa^2) + 1 - 2n}{n^2(1 + \kappa^2) + 1 + 2n}$$

przykład liczbowy: srebro

$$\lambda = 590\text{nm}, n = 0.2, n\kappa = 3.44$$

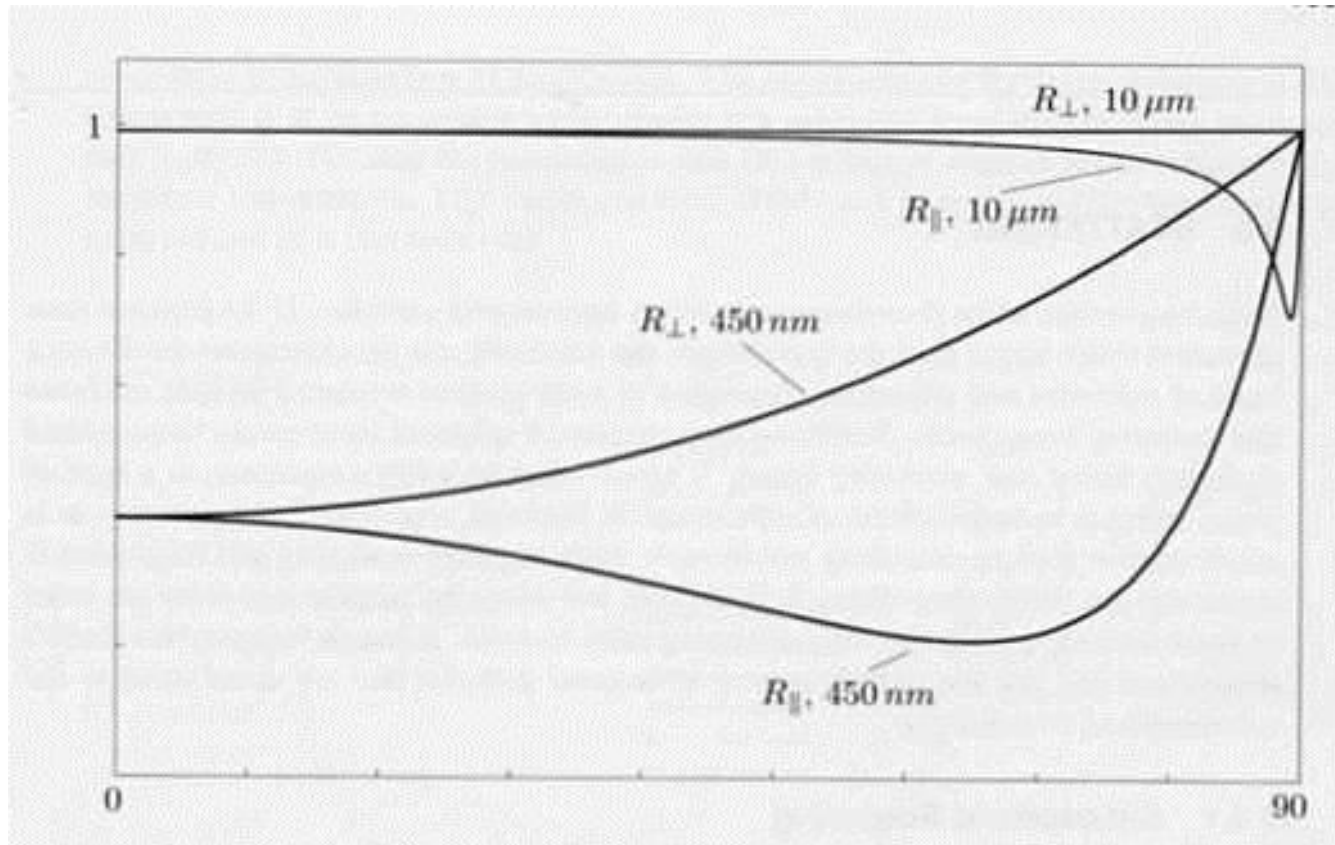
$$R \cong 0.94$$

granica dielektryk – metal, 4



srebro

granica dielektryk – metal, 5

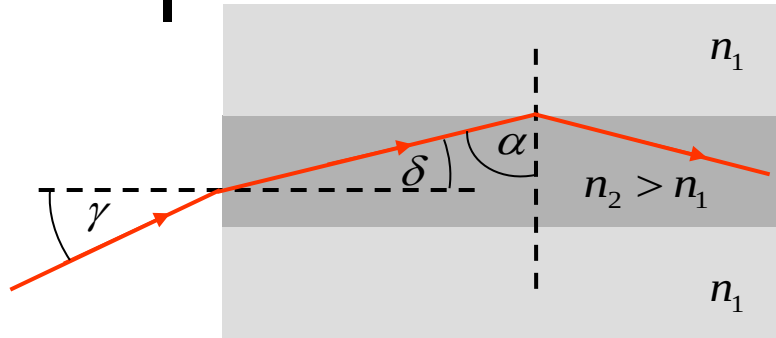


złoto:

$$\lambda = 10 \mu m, \quad \hat{n} = 11.5 + i \cdot 67.5$$

$$\lambda = 0.45 \mu m, \quad \hat{n} = 1.40 + i \cdot 1.88$$

dielektryczny falowód płaski symetryczny (dpfs)



Przykład liczbowy – szkło w powietrzu

$$n_1 = 1, n_2 = 1.5$$

$$\sin \gamma < NA \cong 1.11$$

Aby zachodziło całkowite wewnętrzne odbicie trzeba by

$$\alpha > \alpha_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \Rightarrow \sin \alpha = \cos \delta > \frac{n_1}{n_2}$$

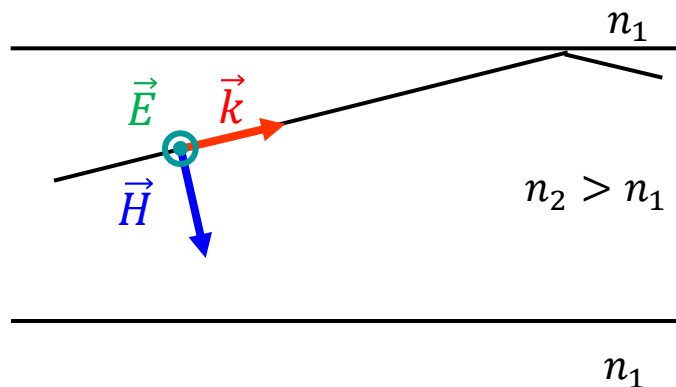
stąd

$$\sin \delta = \sqrt{1 - \cos^2 \delta} < \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2}$$

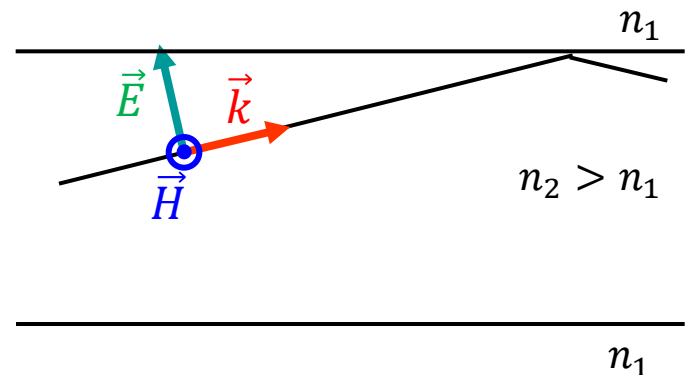
a z prawa Snella

$$\sin \gamma = n_2 \sin \delta < \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$$

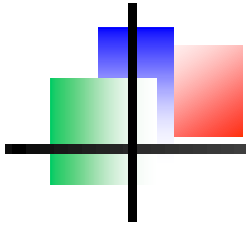
$$\text{Apertura numeryczna falowodu: } NA = \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$$



Transverse Electric -TE



Transverse Magnetic - TM



dpfs – r-nie Helmholtza

Dla fali monochromatycznej obowiązuje r-nie Helmholtza:

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}) + \vec{k}^2(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

Szukamy modów falowodu czyli rozwiązań typu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{A}(x, y) e^{i\beta z}$$

gdzie β jest stałą propagacji.

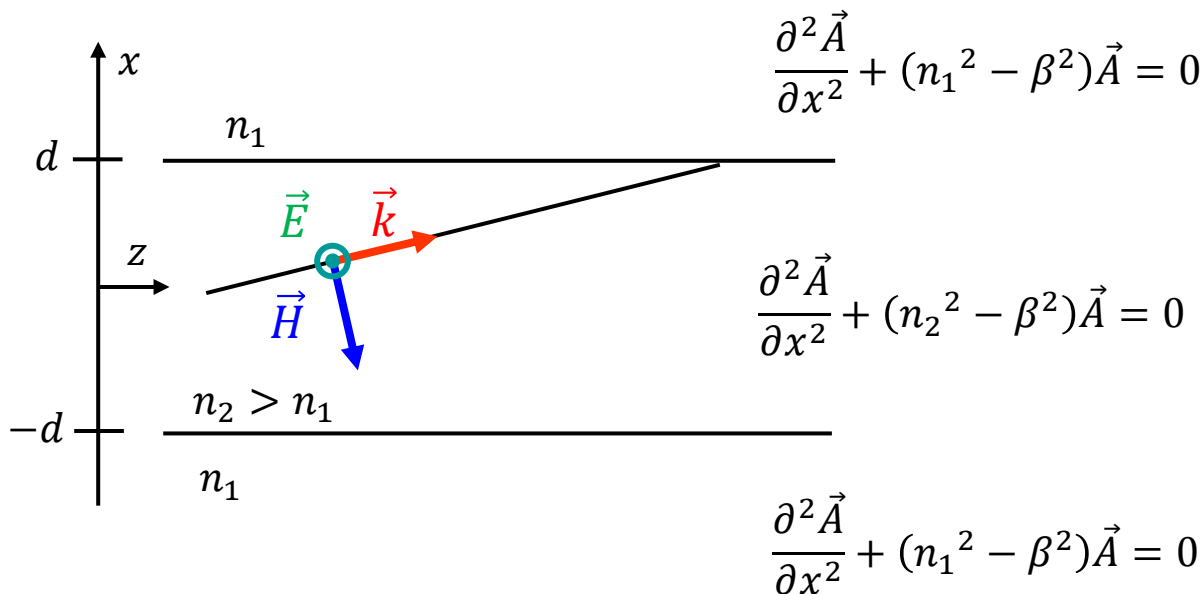
Przyjmijmy:

$\vec{A}(x, y) = \vec{A}(x)$ - w kierunku y fala wygląda jak fala płaska. Mamy wtedy

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = -\beta^2 \vec{E}$$

a r-nie Helmholtza ma postać

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + (k^2 - \beta^2) \vec{A} = 0$$



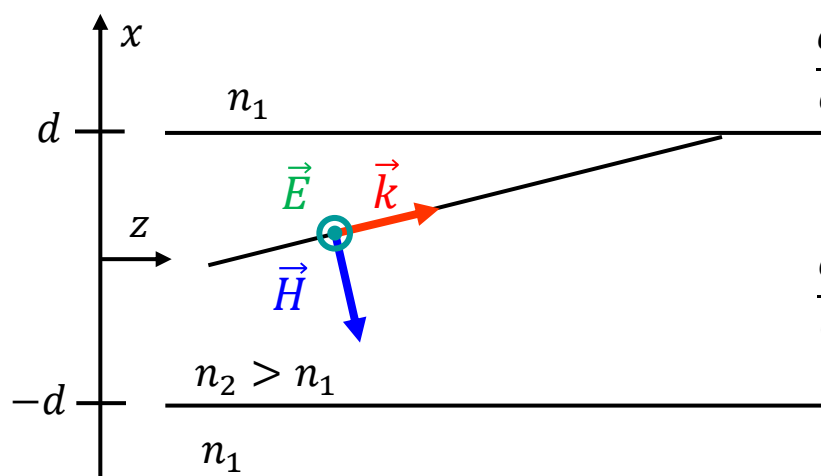
dpfs TE - rozwiązania

Rozważmy pole TE: $\vec{A} = [0, A, 0]$

Wprowadzamy 2 dodatnie parametry: $h_1^2 = \beta^2 - n_1^2 k_0^2$, $h_2^2 = -\beta^2 + n_2^2 k_0^2$

Nowe parametry spełniają r-ność: $h_1^2 + h_2^2 = (n_2^2 - n_1^2) k_0^2$

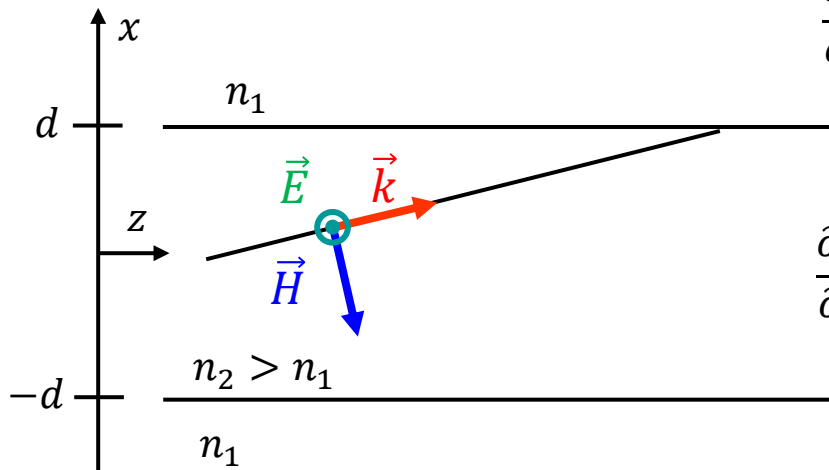
Najpierw rozpatrzmy rozwiązania parzyste:


$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + h_1^2 \vec{A} = 0 \Rightarrow A(x) = A_0 \cos(h_2 d) e^{-h_1(x-d)}$$
$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + h_2^2 \vec{A} = 0 \Rightarrow A(x) = A_0 \cos(h_2 x)$$
$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + h_1^2 \vec{A} = 0 \Rightarrow A(x) = A_0 \cos(h_2 d) e^{h_1(x+d)}$$

Uwaga: pole $\vec{E}$ w takiej postaci jest ciągłe na granicach.

dpfs TE - rozwiązania

rozwiązania nieparzyste:



$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + h_1^2 \vec{A} = 0 \Rightarrow A(x) = A_0 \sin(h_2 d) e^{-h_1(x-d)}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + h_2^2 \vec{A} = 0 \Rightarrow A(x) = A_0 \sin(h_2 x)$$

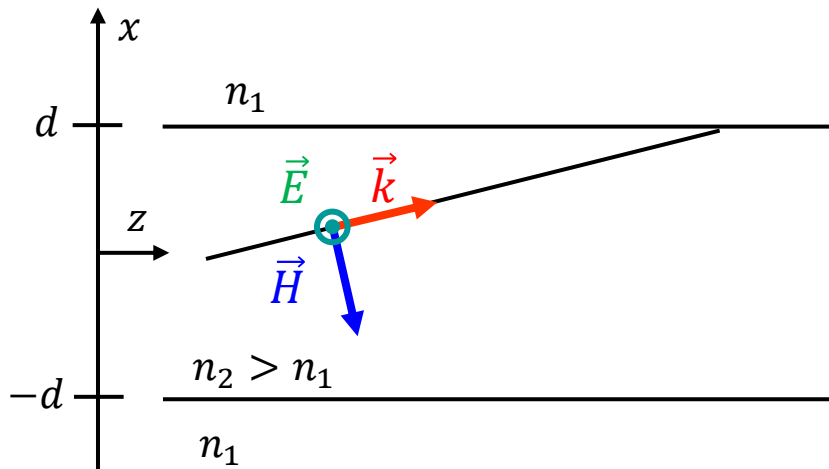
$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + h_1^2 \vec{A} = 0 \Rightarrow A(x) = A_0 \sin(-h_2 d) e^{h_1(x+d)}$$

dpfs – warunek ciągłości H_t

W naszym przypadku $H_t = H_z$. Z r-nia Maxwella $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ liczymy dla dielektryka niemagnetycznego ($\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$) pole magnetyczne:

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

$$H_z = -\frac{1}{\mu_0} \int \frac{\partial E_y}{\partial x} dt$$



Rozwiązania parzyste, górna granica.

- powyżej granicy:

$$H_{zp}(d) = \dots = \frac{i}{\mu_0 \omega} h_1 A_0 \cos(h_2 d) e^{-i\omega t}$$

- poniżej granicy

$$H_{zr}(d) = \dots = \frac{i}{\mu_0 \omega} h_2 A_0 \sin(h_2 d) e^{-i\omega t}$$

R-nie $H_{zp}(d) = H_{zr}(d)$ daje

$$h_1 d = h_2 d \tan(h_2 d)$$

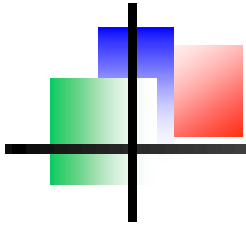
Analogicznie dla rozwiązań nieparzystych:

$$h_1 d = h_2 d \cot(h_2 d)$$

ostatecznie

$$h_1 d = h_2 d \tan(h_2 d) \text{ - parzyste}$$

$$h_1 d = h_2 d \cot(h_2 d) \text{ - nieparzyste}$$



dpfs – liczba modów

mamy do rozwiązania układ równań:

$$h_1^2 d^2 + h_2^2 d^2 = (n_2^2 - n_1^2) k_0^2 d^2$$

$$h_1 d = h_2 d \tan(h_2 d) \text{ - parzyste}$$

$$h_1 d = h_2 d \cot(h_2 d) \text{ - nieparzyste}$$

Wprowadźmy nowe oznaczenie

V -częstość zredukowana:

$$V = \sqrt{(n_2^2 - n_1^2) k_0^2 d^2} = dk_0 NA = \frac{\omega d}{c} NA$$

Liczba rozwiązań zależy od V :

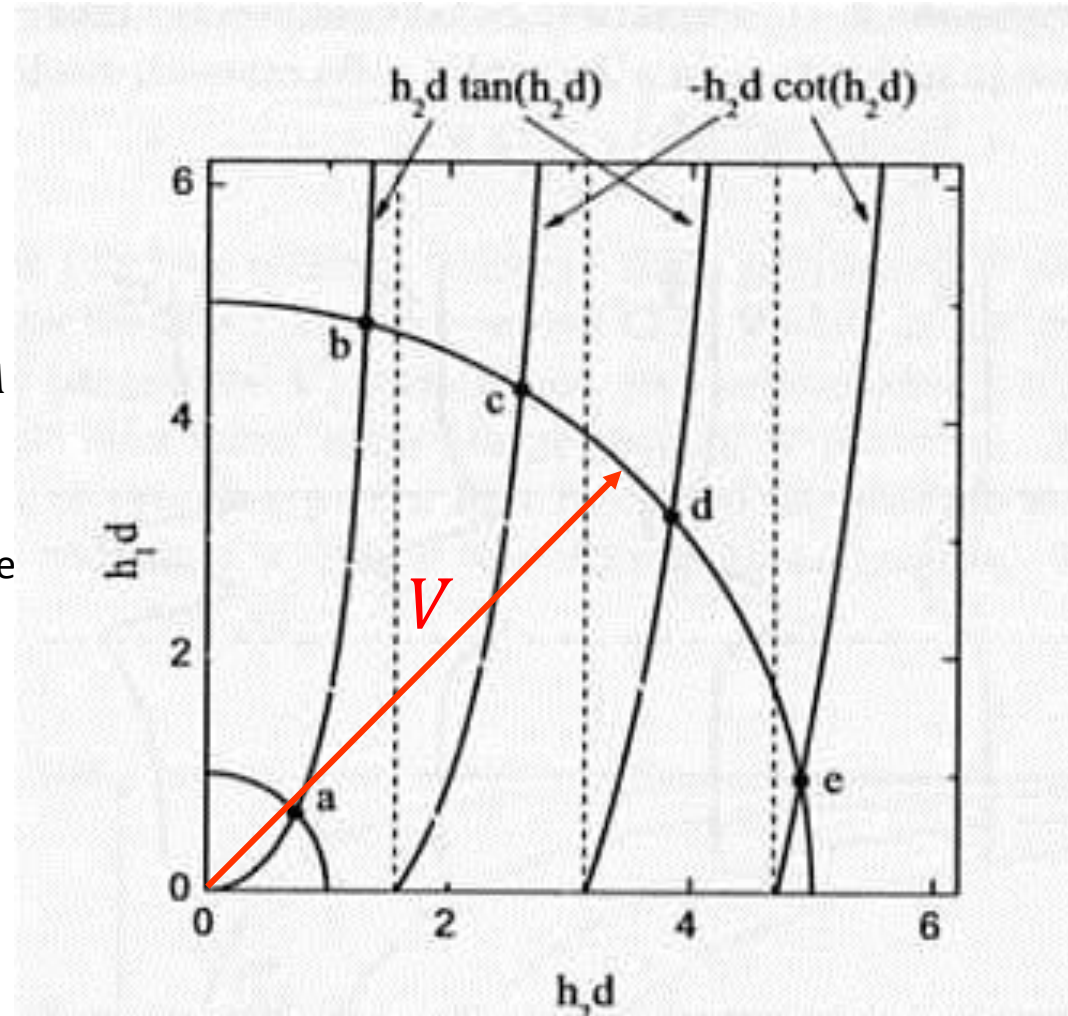
$0 \leq V < \frac{\pi}{2}$ jest dokładnie jedno rozwiązanie

$\frac{\pi}{2} \leq V < \pi$ są dwa rozwiązania

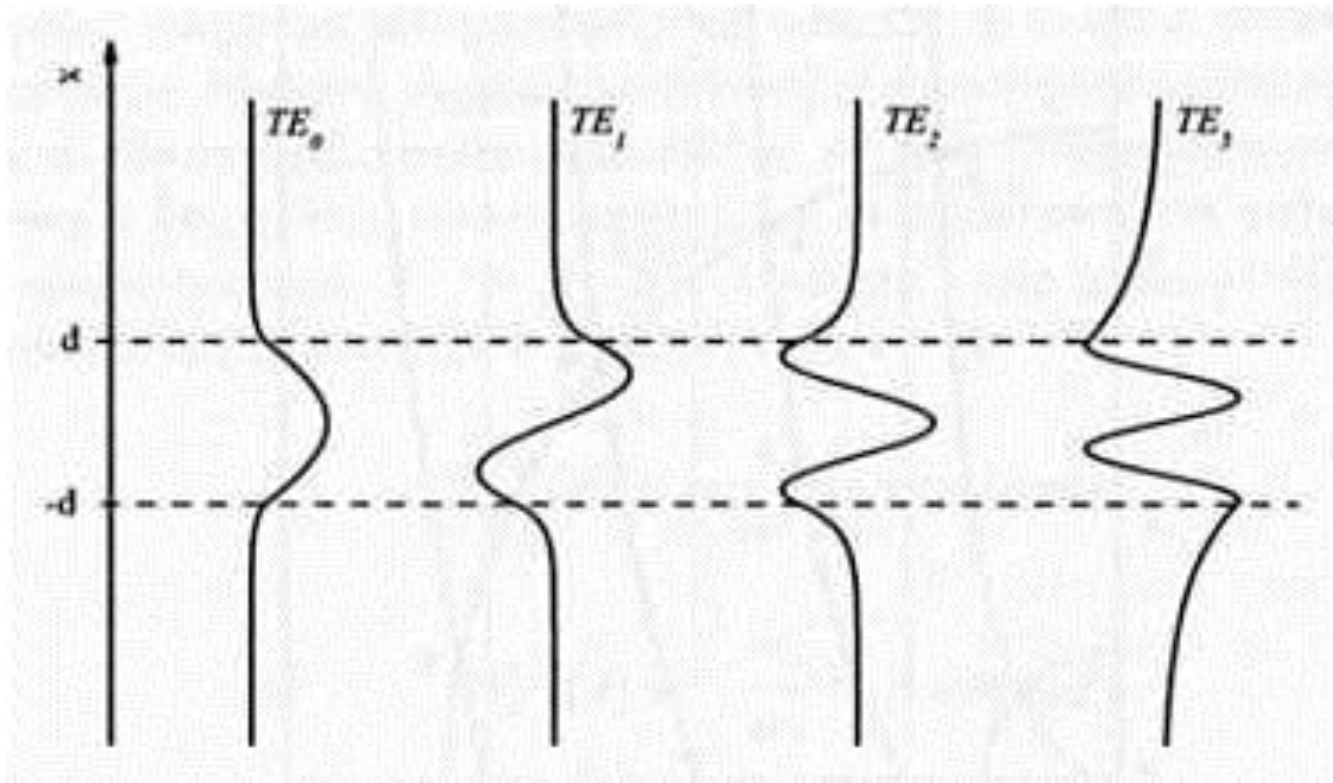
.....

falowód jednomodowy

falowód wielomodowy



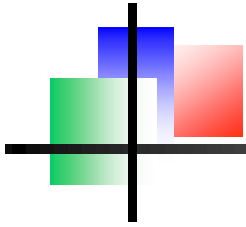
mody TE – rozkład pola



$$n_1 = 1.5, n_2 = 1.51, d = 4.6\mu\text{m}, \lambda = 1\mu\text{m}, NA \cong 0.17$$

pole modu nie ogranicza się do
rdzenia - wnika także do płaszczu

mody TH ...



dpfs – stała propagacji

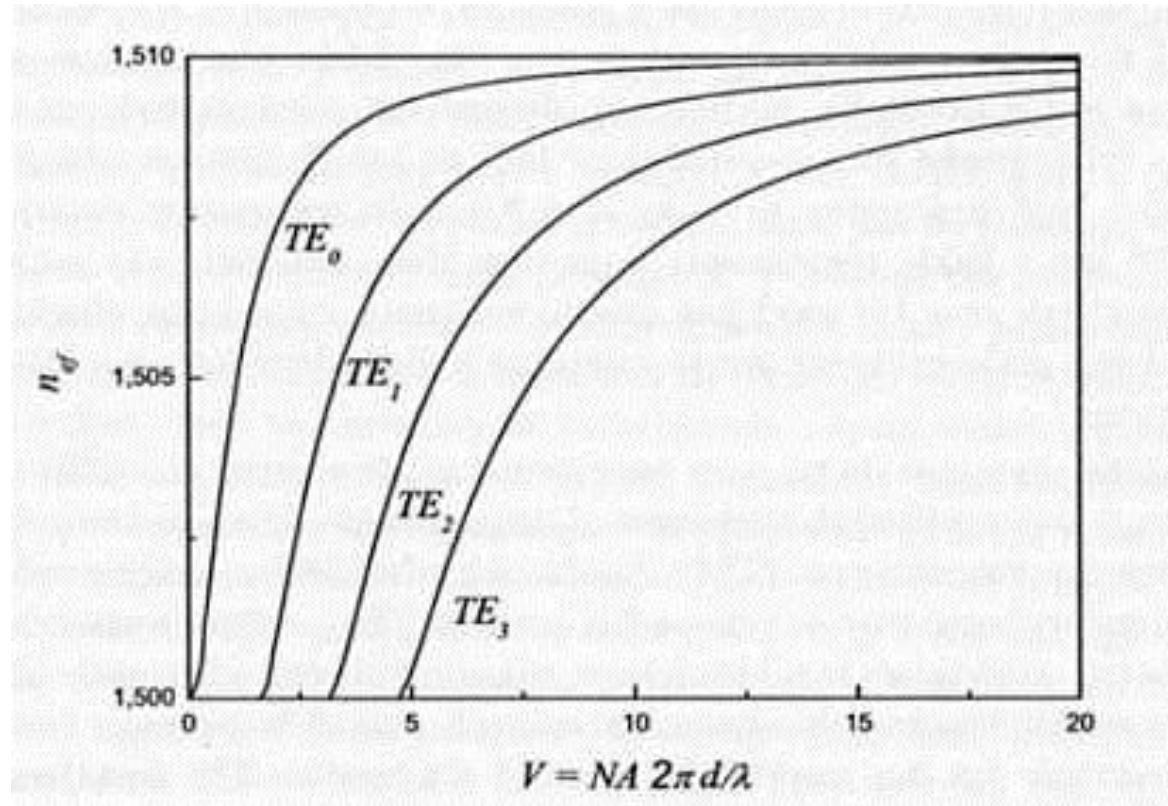
pole:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{A}(x, y)e^{i\beta z}$$

$$\beta = \sqrt{(n_2 k_0)^2 - h_2^2}$$

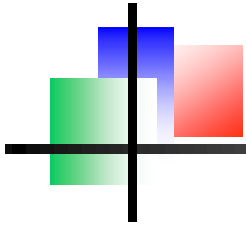
$$\beta = \frac{n_{eff}\omega}{c}$$

n_{eff} - efektywny współczynnik załamania



$$n_1 = 1.5, n_2 = 1.51, d = 4.6 \mu\text{m},$$

$$\lambda = 1 \mu\text{m}, NA \cong 0.17$$



dpfs – stała propagacji

Mając stałą propagacji

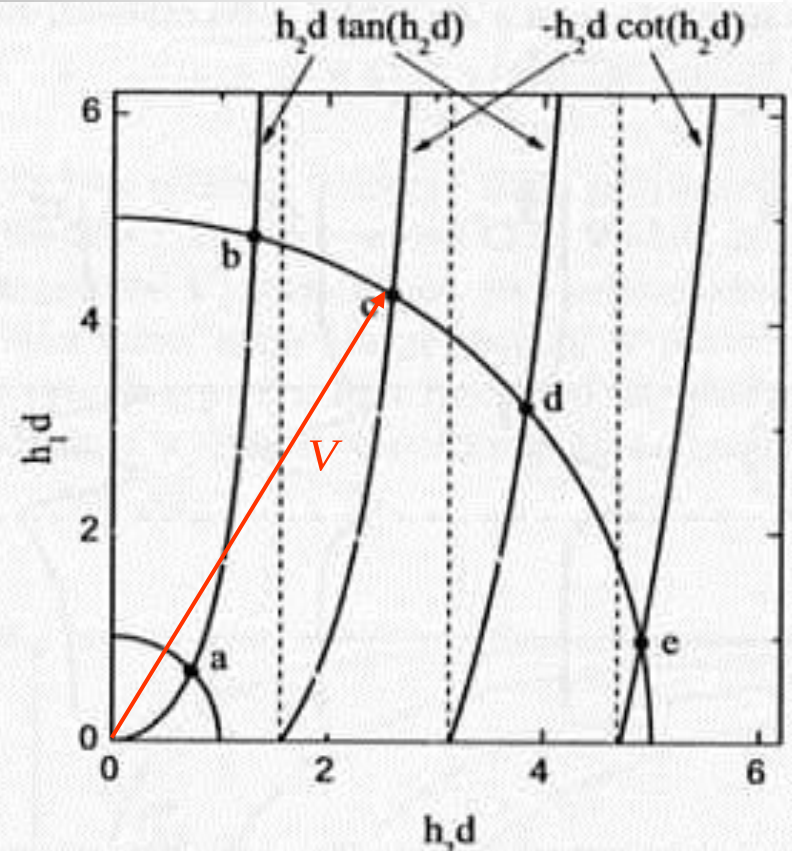
$$\beta = \sqrt{(n_2 k_0)^2 - h_2^2} = \sqrt{\left(\frac{n_2 \omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{h_2 d}{d}\right)^2}$$

możemy policzyć prędkość grupową dla modu o indeksie j

$$\frac{1}{v_g^j} = \frac{\partial \beta^j}{\partial \omega} = \frac{1}{\beta^j} \left[\underbrace{\frac{n_2 \omega}{c^2} \left(n_2 + \omega \frac{dn_2}{d\omega} \right)}_{\text{dyspersja materiałowa}} - \underbrace{\frac{h_2 NA}{c} \frac{d}{dV}(h_2 d)}_{\text{dyspersja geometryczna}} \right]$$

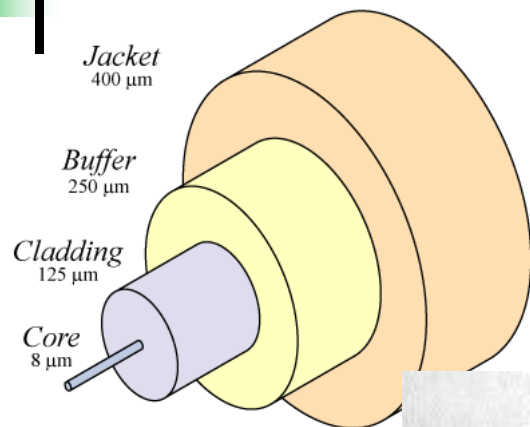
$$n_1 = 1.5, n_2 = 1.51, d = 4.6 \mu\text{m}, \\ \lambda = 1 \mu\text{m}, NA \cong 0.17, L = 1 \text{km}$$

mod	prędkość [10^8 m/s]	czas przelotu [10^{-6} s]
TE ₀	2,04919	4,87998
TE ₁	2,04511	4,88971
TE ₂	2,03788	4,90707
TE ₃	2,02238	4,94468



dyspersja
międzymodowa

cylindryczne światłowody kwarcowe



Typowe liczby:

średnica płaszczu 125, 250 μm

średnica rdzenia 4-10 μm

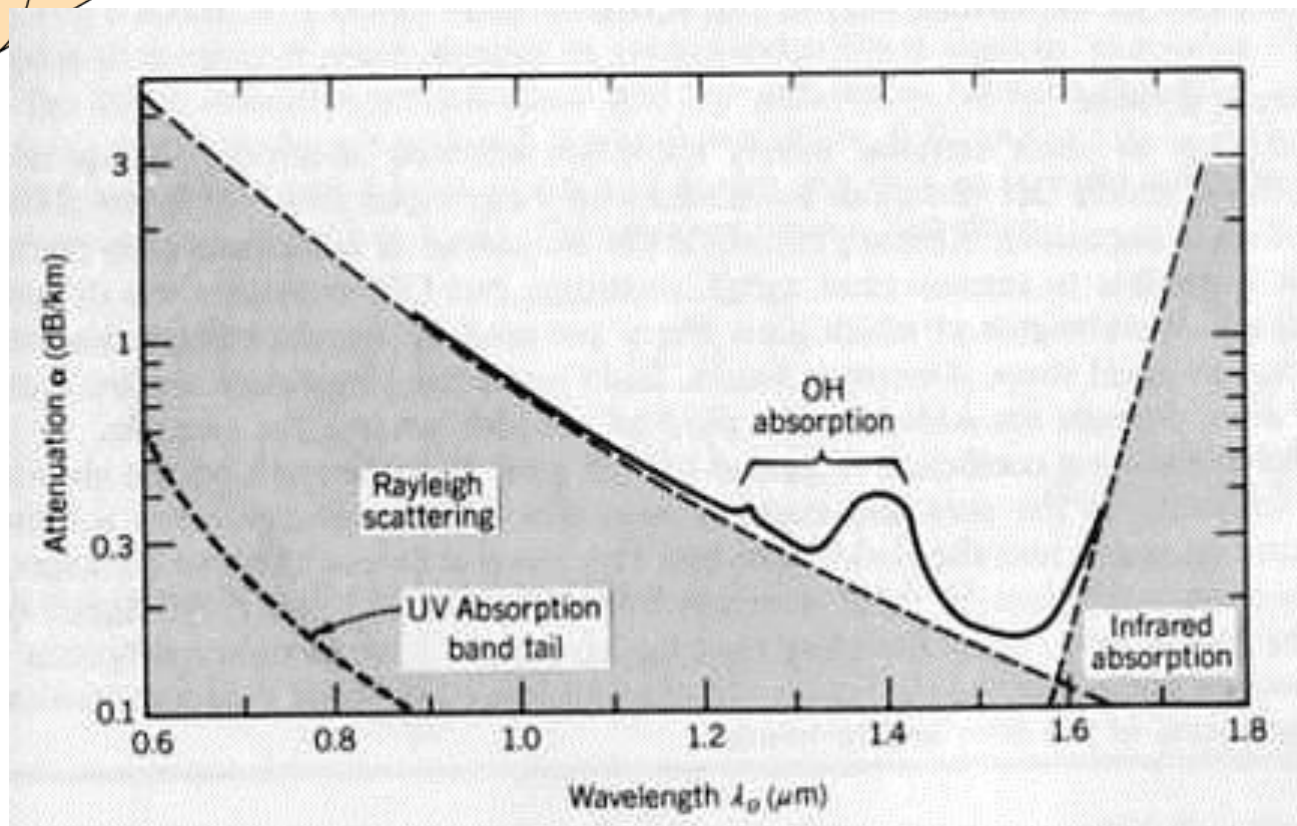
$\Delta n = 0.01$, $NA = 0.17$

Tłumienie an odległości L

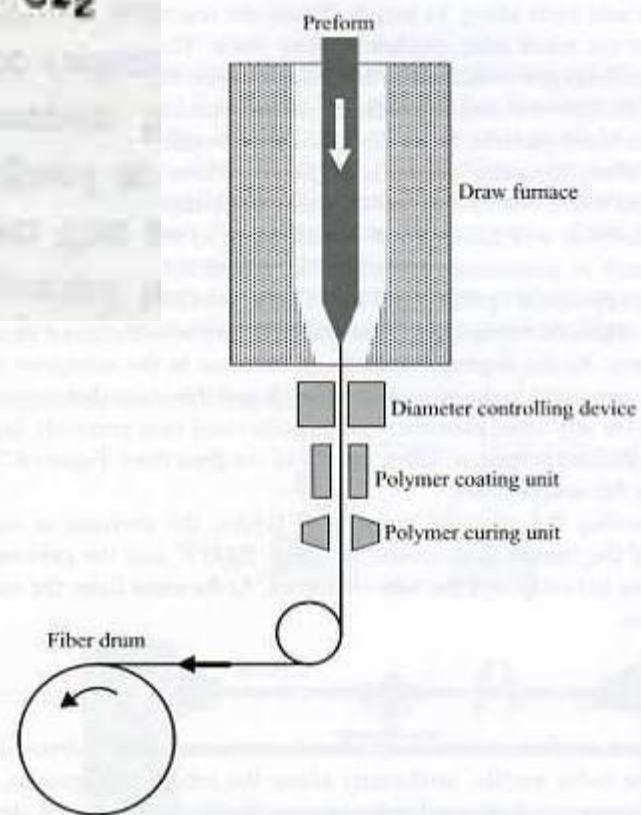
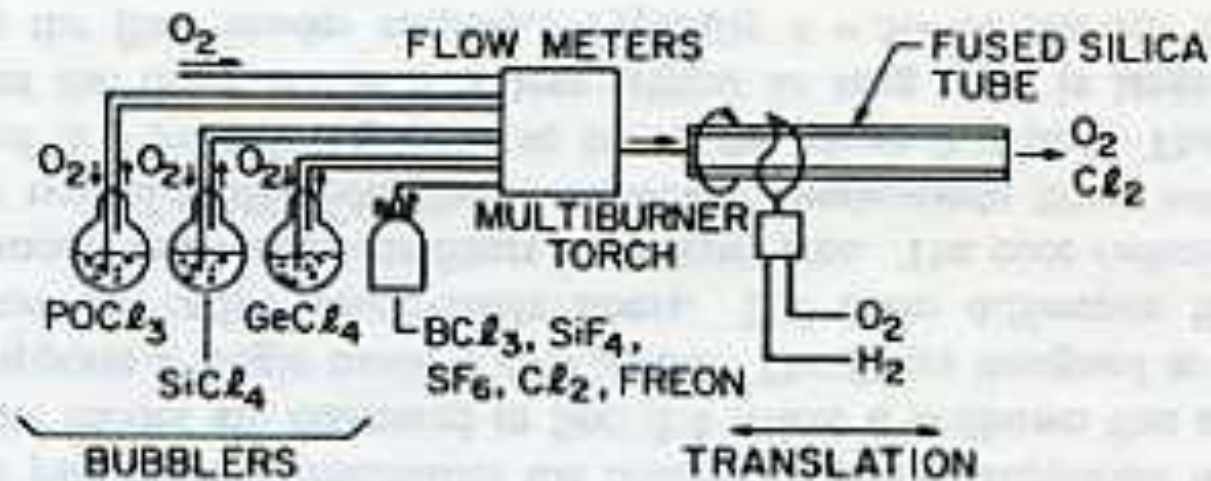
$$\alpha(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left[\frac{I_0}{I(L)} \right]$$

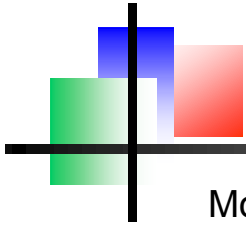
$$I(L) = I_0 10^{-\alpha L}$$

C. Kao, NN 2009



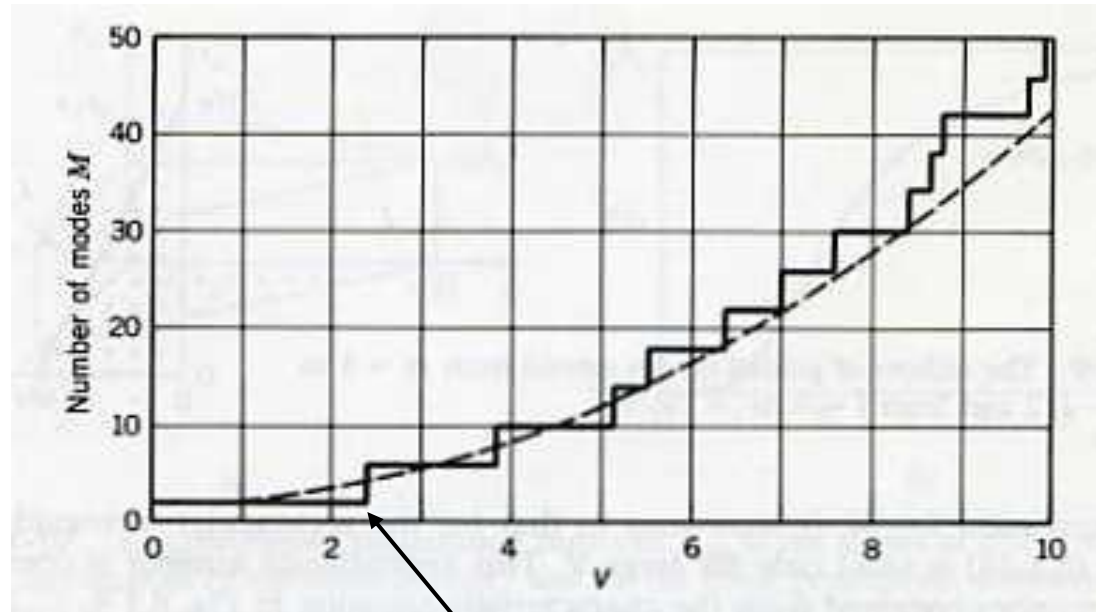
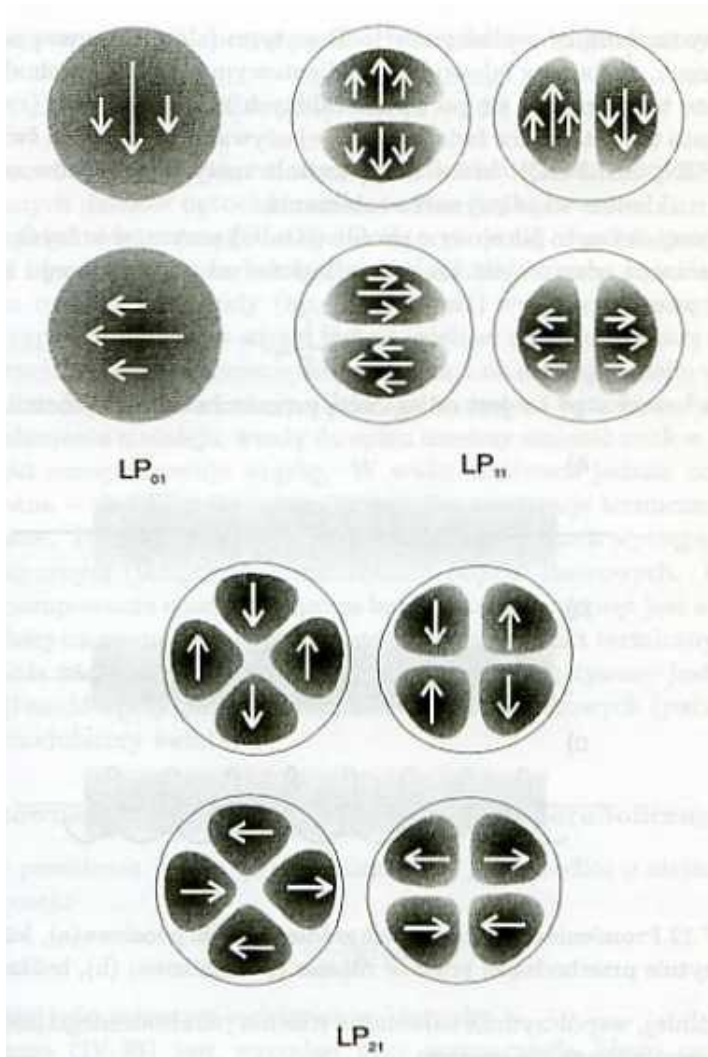
światłowody kwarcowe - produkcja



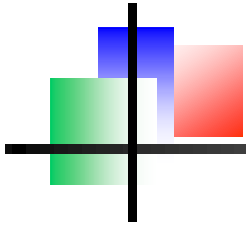


światłowody kwarcowe - mody

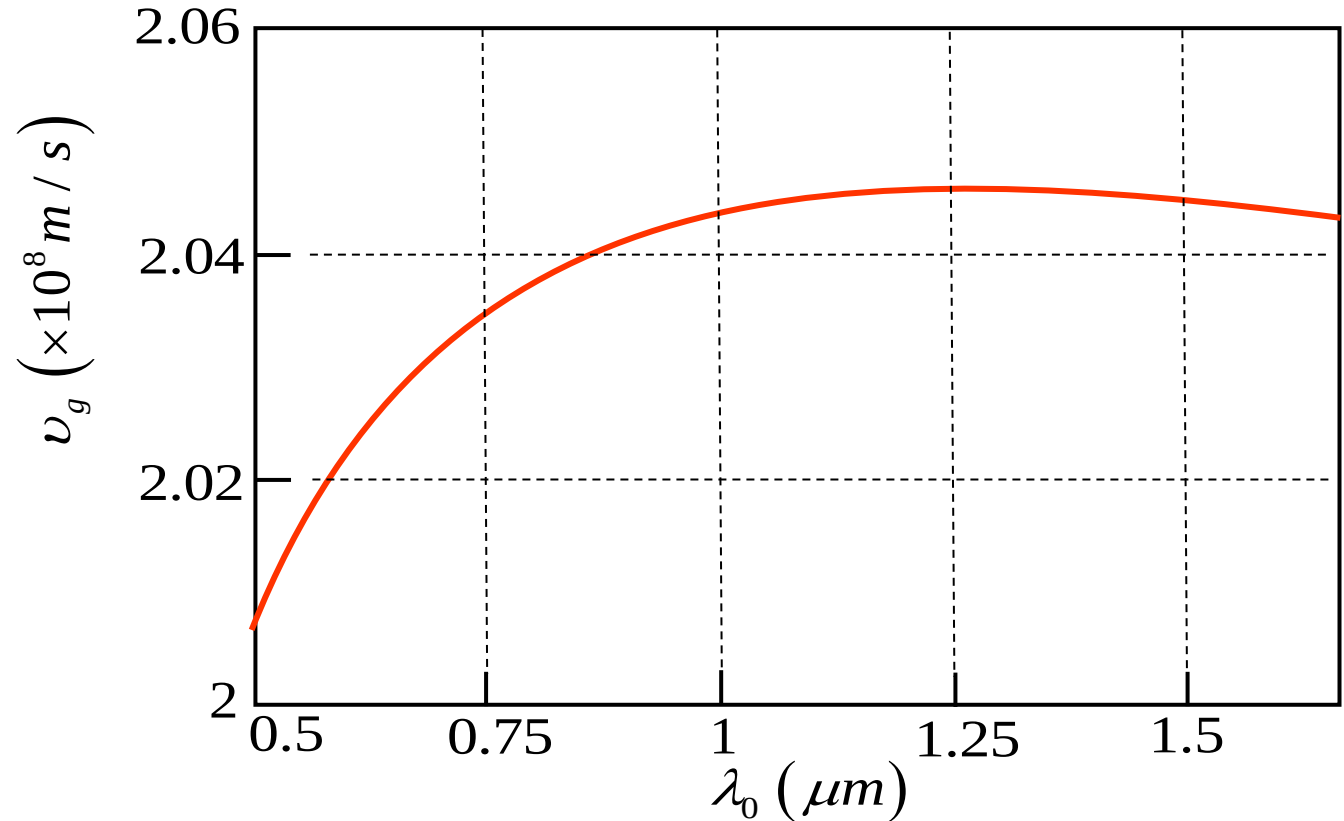
Mody światłowodu cylindrycznego



$$V \approx 2.405$$



światłowody kwarcowe - v_g



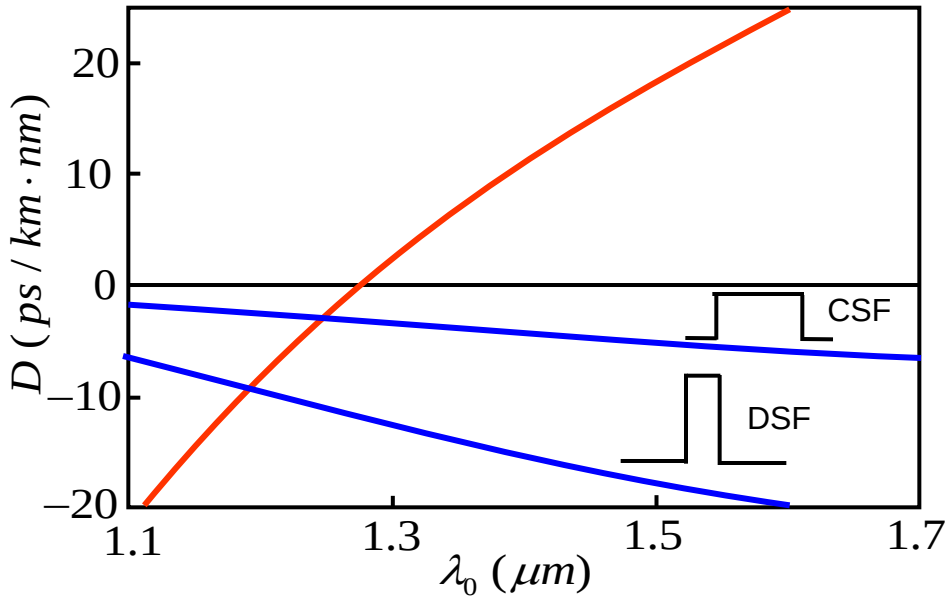
liczby:

$$v'_g = v_g + \Delta v_g$$

$$\delta t = l \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v'_g} \right) \cong \frac{l \Delta v_g}{v_g^2} = l \Delta \left(\frac{1}{v_g} \right)$$

$$l = 100 \text{ km}, \frac{\Delta v_g}{v_g} = 0.001 \Rightarrow \delta t \cong 5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

dyspersja prędkości grupowej



2 okna telekomunikacyjne: 1.3 oraz 1.55mm

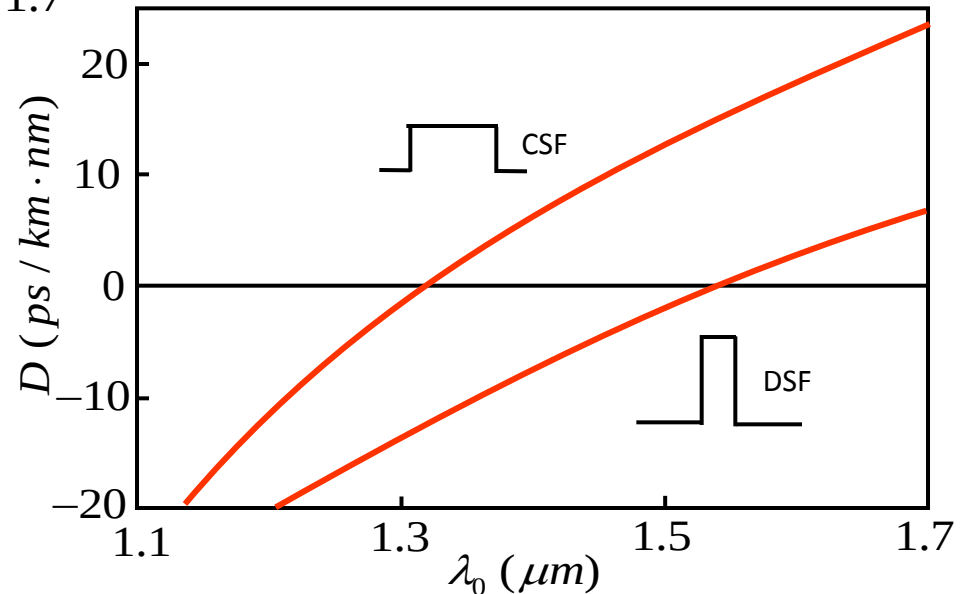
dyspersja prędkości grupowej,
ang. Group Velocity Dispersion (GVD)

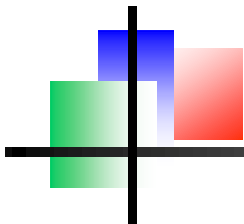
$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta}$$

$$\text{GVD} = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{v_g} \right) \quad \left[\frac{\text{s}^2}{\text{m}} \right]$$

$$D = \frac{d}{d\lambda_0} \left(\frac{1}{v_g} \right) = -\frac{\omega}{\lambda_0} \text{GVD} \quad \left[\frac{\text{ps}}{\text{km} \cdot \text{nm}} \right]$$

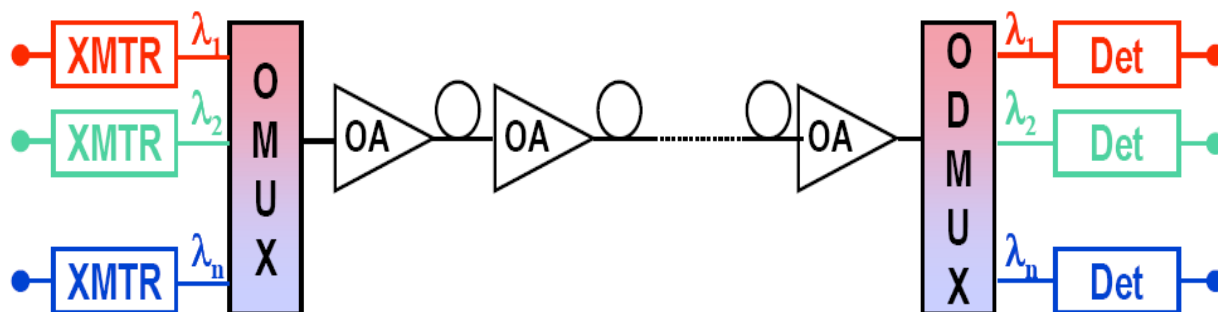
$D \neq 0$ – poszerzenie czasowe impulsów



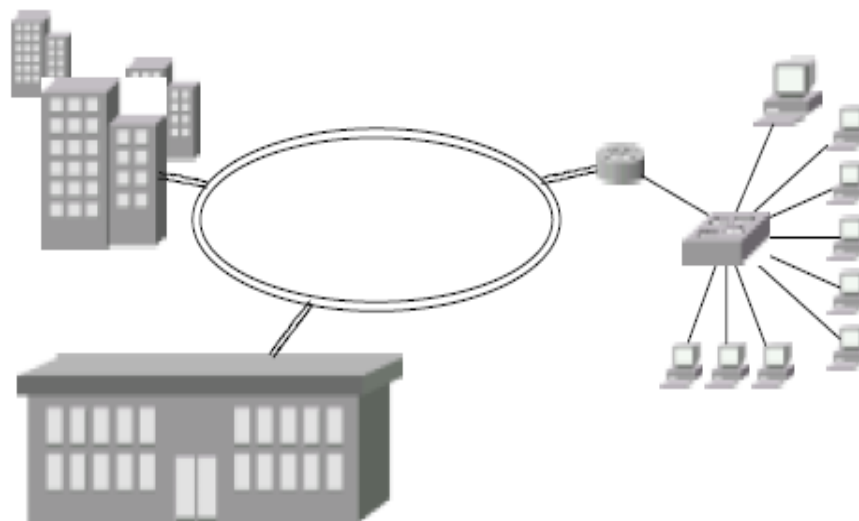
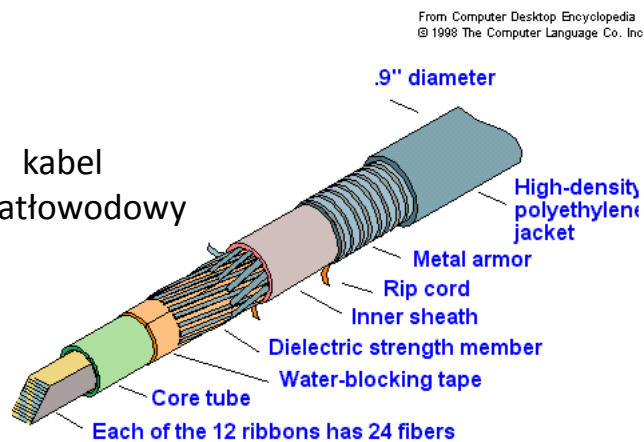


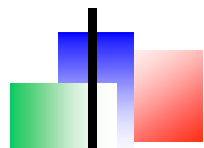
sieci światłowodowe, 1

technika WDM



kabel
światłowodowy





sieci światłowodowe, 2

Tel-Energo



Polpak-T



Teleinformatyka Kolejowa



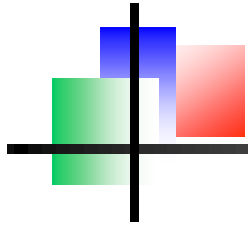
NASK



Pol-34

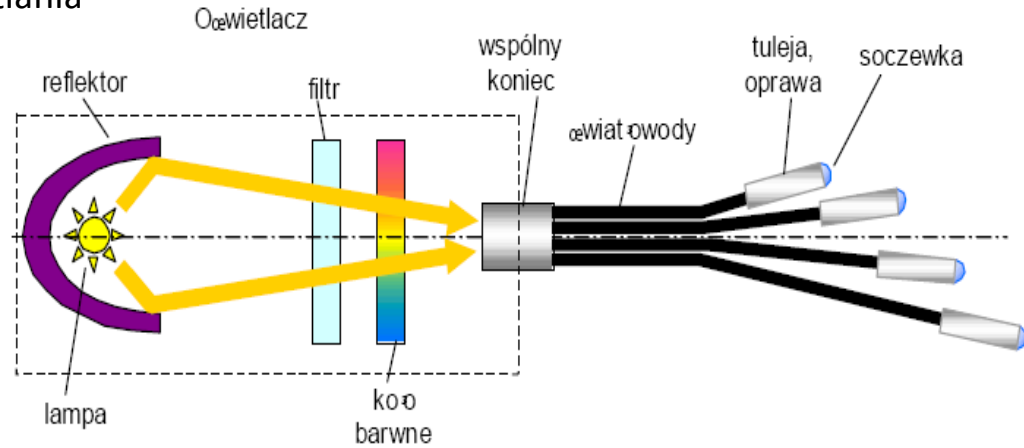


Źródło: dr inż. W. Susłow, *Sieci optyczne w Polsce*, 2005.

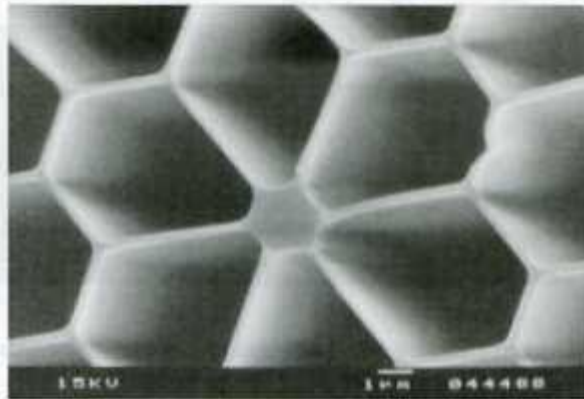
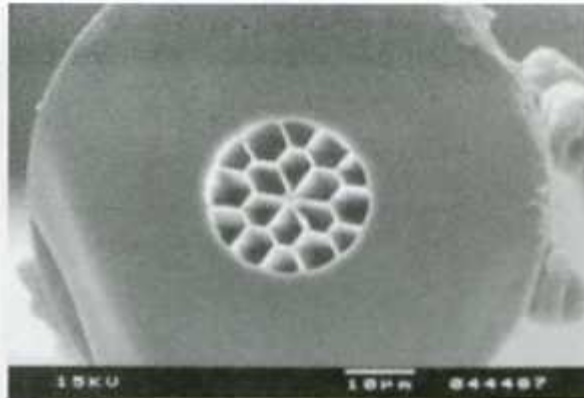


inne zastosowania

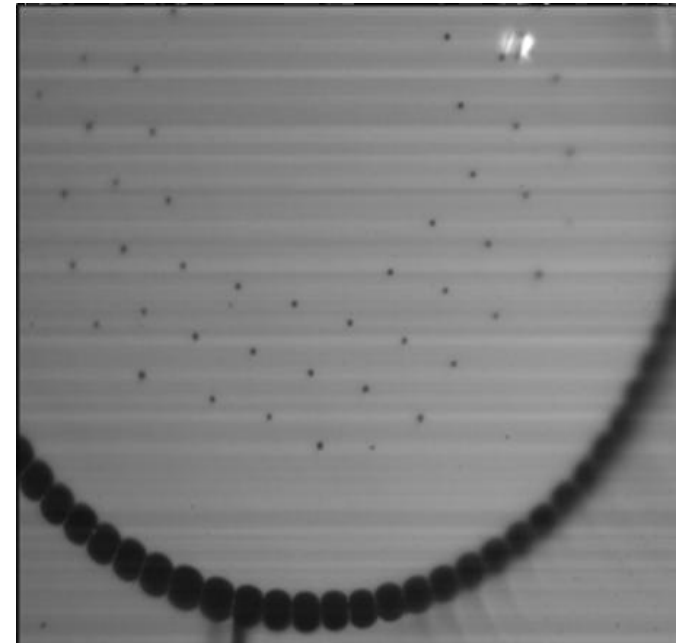
światłowodowy system oświetlenia



włókna fotoniczne



bardzo mała
średnica rdzenia



bardzo duża
średnica rdzenia
+podwójny płaszcz