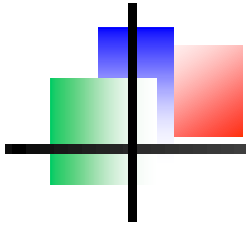


Podstawy Fizyki IV

Optyka z elementami fizyki współczesnej

wykład 7, 05.03.2012

wykład:	Czesław Radzewicz
pokazy:	Radosław Chrapkiewicz, Filip Ozimek
ćwiczenia:	Ernest Grodner



Wykład 6 - przypomnienie

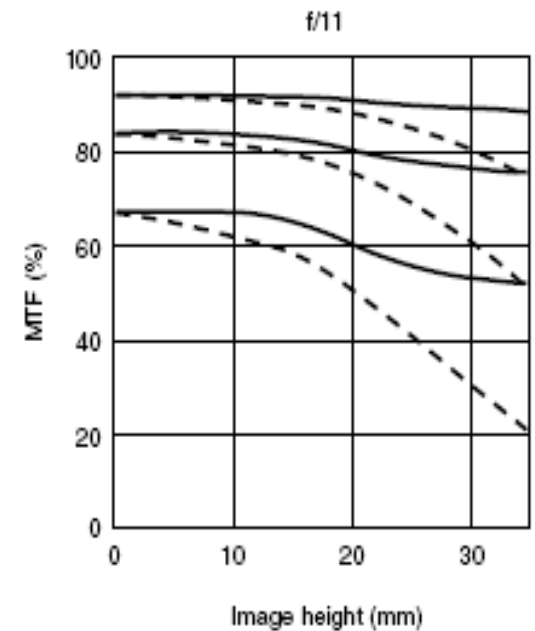
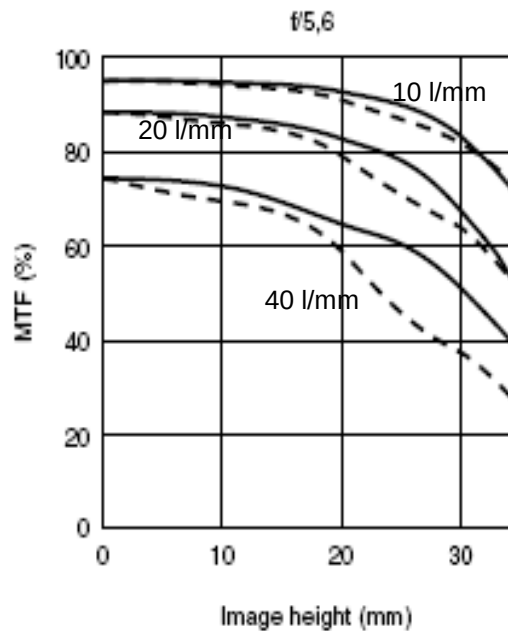
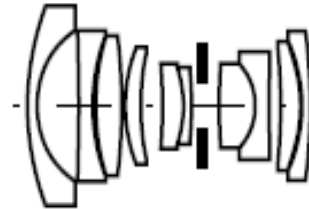
- światło na granicy dielektryk-przewodnik; zespolony kąt załamania, powierzchnie stałej fazy, powierzchnie stałej amplitudy, współczynnik odbicia, przesunięcie fazowe przy odbiciu
- płaski, symetryczny falowód dielektryczny; równanie falowe, warunki ciągłości pól na granicach, rozwiązania typu TE i TM, mody, liczba modów, efektywny współczynnik załamania, prędkość grupowa, dyspersja międzymodowa, dyspersja prędkości grupowej
- falowody cylindryczne – światłowody, warunek pracy jednomodowej, tłumienie, dyspersja, produkcja
- światłowody fotoniczne

optyka geometryczna

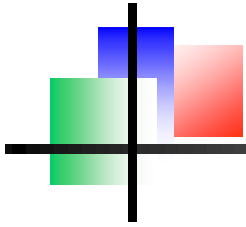


r-nia Maxwella
r-nie falowe
???
śledzenie promieni

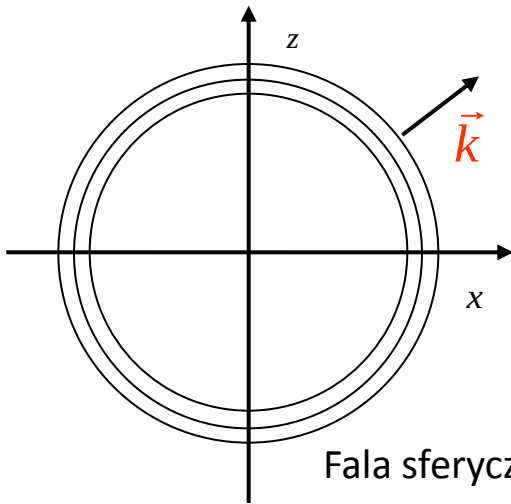
Haselbladt XPan30



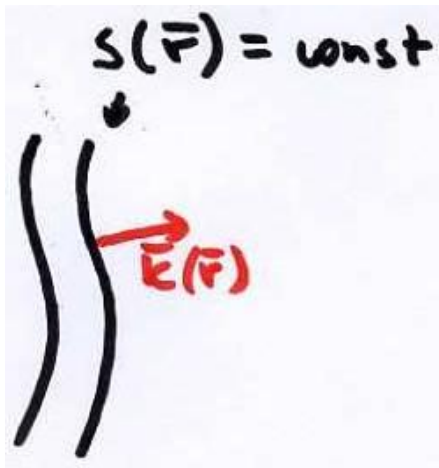
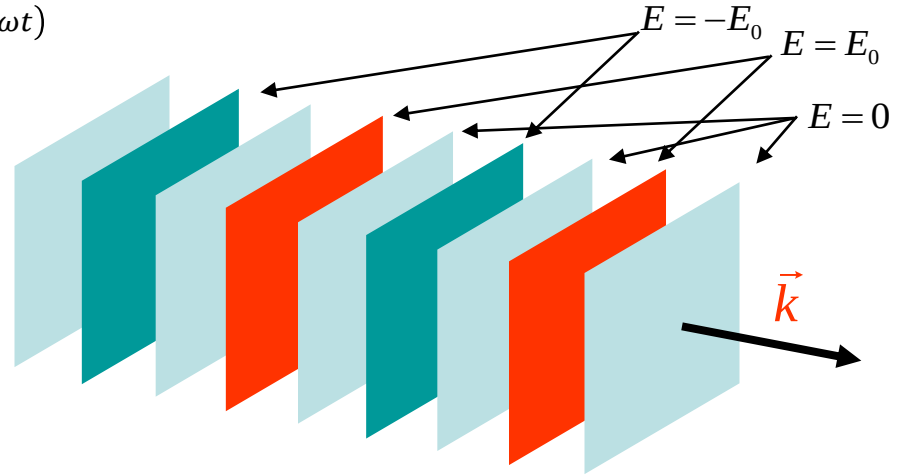
eikonał, 1



Płaska fala (monochromatyczna): $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$



Fala sferyczna: $\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{E}_0}{|\vec{r}|} e^{i(k|\vec{r}| - \omega t)}$

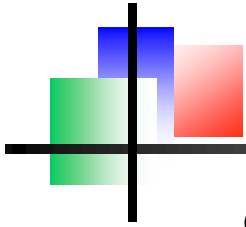


$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}_0(\vec{r}) e^{-i\omega t} \\ \vec{H}(\vec{r}, t) &= \vec{H}_0(\vec{r}) e^{-i\omega t} \\ \vec{E}_0(\vec{r}) &= \vec{e}(\vec{r}) e^{ik_0 S(\vec{r})} \\ \vec{H}_0(\vec{r}) &= \vec{h}(\vec{r}) e^{ik_0 S(\vec{r})}\end{aligned}$$

gdzie $S(\vec{r})$ to eikonał:

$$S(\vec{r}) = \frac{\vec{k}(\vec{r}) \cdot \vec{r}}{k_0}$$

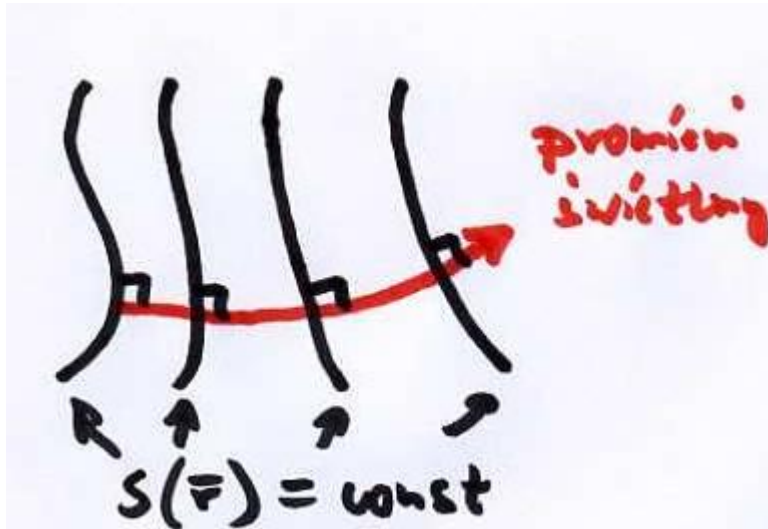
r-nia Maxwella, rachunki ...
pomijamy wyrazy z $\frac{1}{k_0}, \frac{1}{k_0^2}$



eikonał, 2

dostajemy r-nie eikonału

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 = n^2(x, y, z)$$

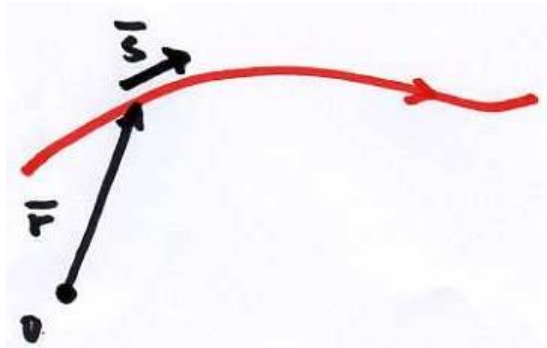


rachunki ...

kierunek wektora Poyntinga: $\frac{\vec{S}}{|\vec{S}|} = \frac{\nabla S}{|\nabla S|}$

rachunki ...

trajektoria promienia: $\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) = \nabla n$



promień świetlny

trajektoria promienia: $\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) = \nabla n$

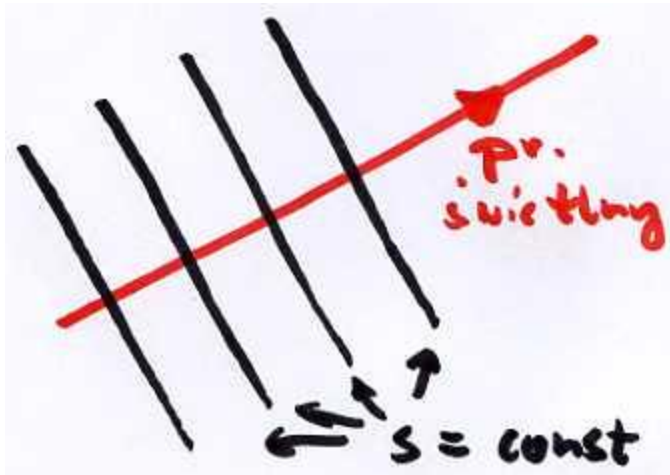
załóżmy: $n = \text{const}$

mamy wtedy

$$\frac{d^2 \vec{r}}{ds^2} = 0$$

$$\vec{r} = s\vec{a} + \vec{b}$$

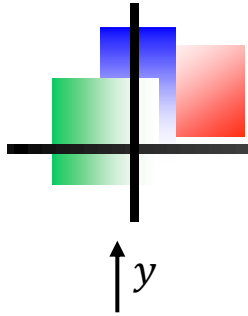
gdzie $\vec{a}$ i $\vec{b}$ to stałe wektory



W ośrodkach jednorodnych ($n = \text{const}$)
światło rozchodzi się po liniach prostych

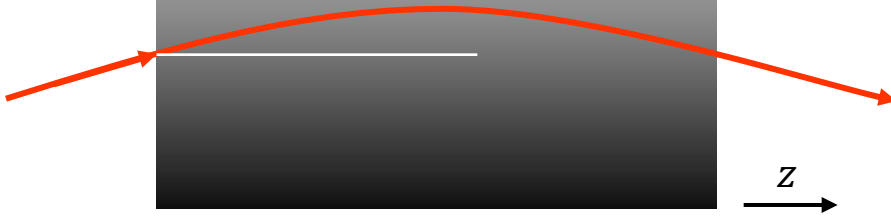
W ogólnym przypadku, promień
świetlny nie musi być linią prostą

miraże (do góry nogami)



$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) = \nabla n$$

$$n = n_0(1 - 2\alpha y)$$



załóżmy, że promień jest (prawie)
równoległy do osi z:

$$ds \cong dz$$

$$\frac{d}{dz} \left(n \frac{d\vec{r}}{dz} \right) = \nabla n$$

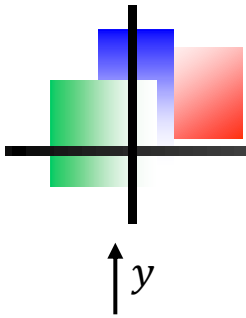
$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dz} \left(n(y) \frac{dx}{dz} \right) \\ \frac{d}{dz} \left(n(y) \frac{dy}{dz} \right) \\ \frac{d}{dz} \left(n(y) \frac{dz}{dz} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2n_0\alpha \\ 0 \end{bmatrix} \text{ czyli } n(y) \frac{d^2 y}{dz^2} = -2n_0\alpha$$

rozwiązanie dla $n(y) \cong n_0$ to parabola:

$$y(z) = y_0 + \xi z - \alpha z^2$$

$$y_0 = y(0), \quad \xi = \left. \frac{dy}{dz} \right|_{z=0}$$

GRIN, 1



GRaded
INdex

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) = \nabla n$$

załóżmy, że promień jest (prawie)
równoległy do osi z:

$$ds \cong dz$$

$$\frac{d}{dz} \left(n \frac{d\vec{r}}{dz} \right) = \nabla n$$

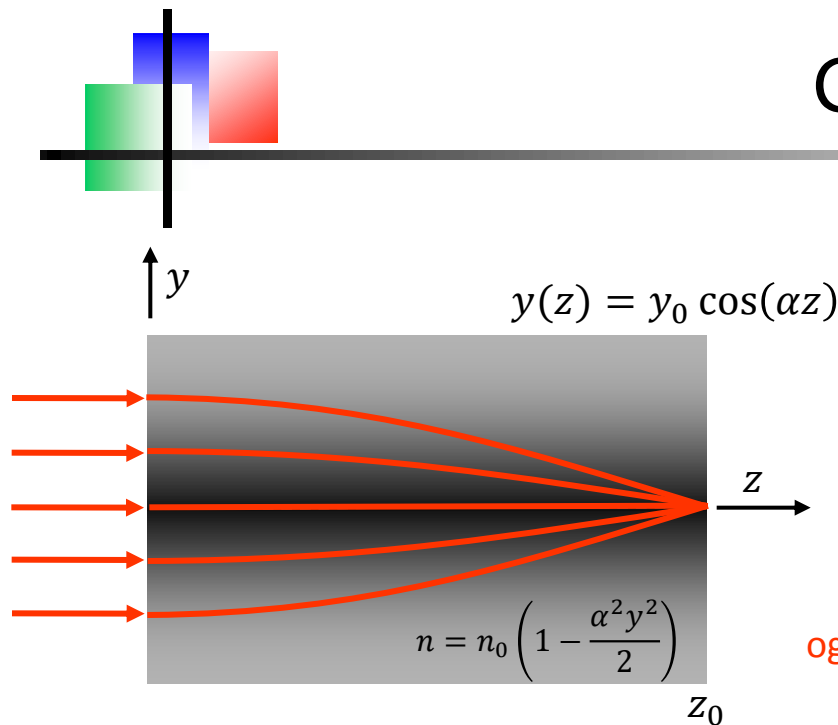
$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dz} \left(n(y) \frac{dx}{dz} \right) \\ \frac{d}{dz} \left(n(y) \frac{dy}{dz} \right) \\ \frac{d}{dz} \left(n(y) \frac{dz}{dz} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\alpha^2 y \\ 0 \end{bmatrix} \text{ czyli } n(y) \frac{d^2 y}{dz^2} = -\alpha^2$$

rozwiązanie dla $n(y) \cong n_0$ to funkcja
harmoniczna:

$$y(z) = y_0 \cos(\alpha z + \varphi)$$

y_0 oraz φ wyznaczamy z warunków
początkowych

GRIN, 2

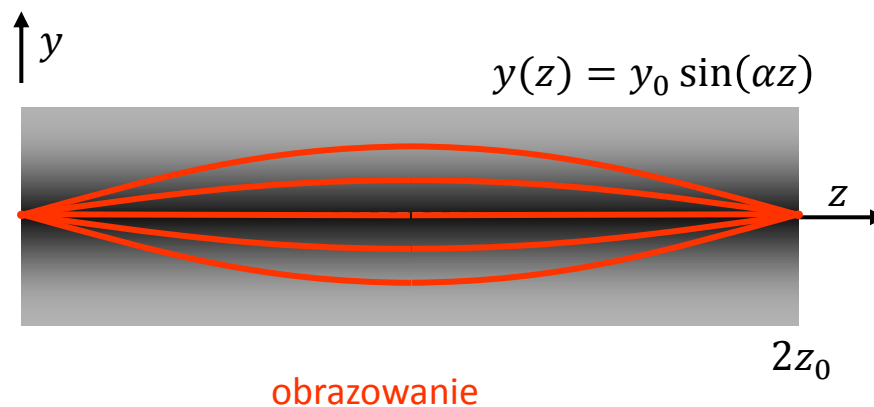
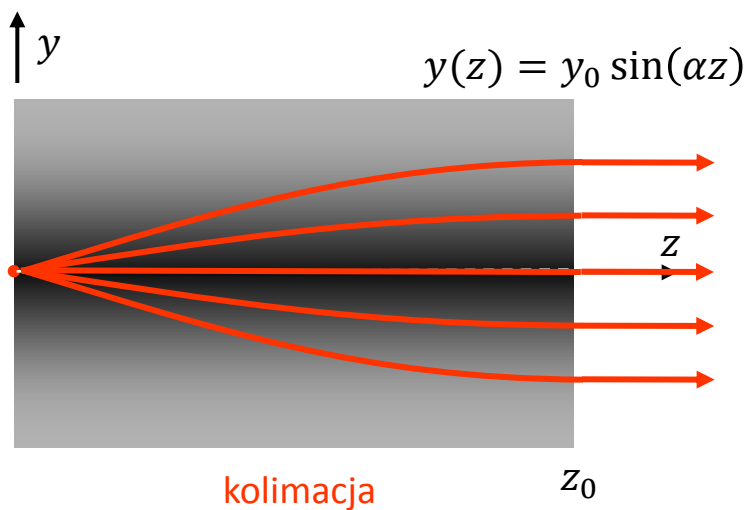


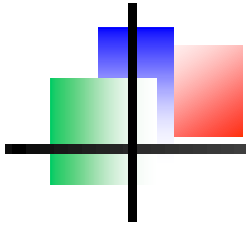
Dla $z_0 = \frac{\pi}{2\alpha}$

mamy $y(z_0) = 0$

niezależnie od y_0

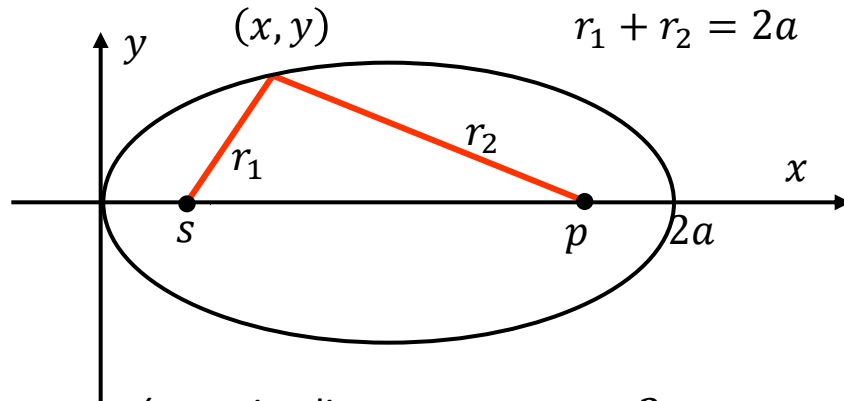
ogniskowanie





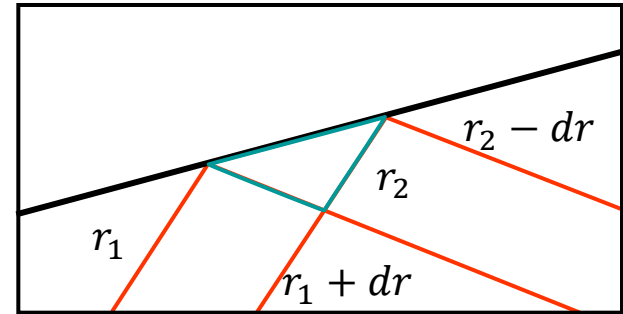
obrazowanie w odbiciu od lustra

lustro- elipsoida obrotowa jest dobra bo reguła Fermata



równanie elipsy: $r_1 + r_2 = 2a$

$$\sqrt{(x-s)^2 + y^2} + \sqrt{(p-x)^2 + y^2} = 2a = p + s$$



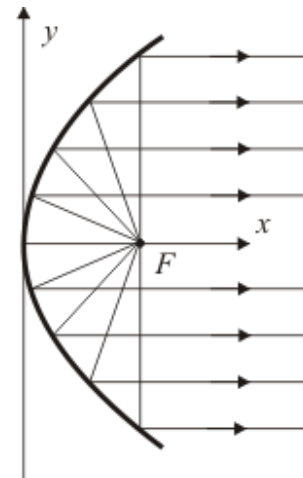
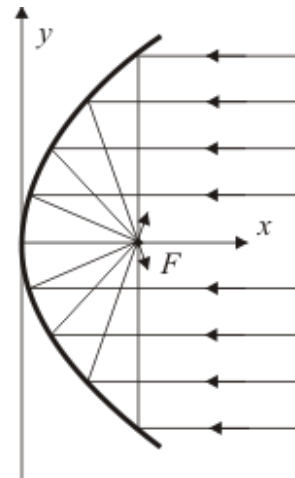
granica dużych odległości pomiędzy ogniskami $p \rightarrow \infty$ daje:

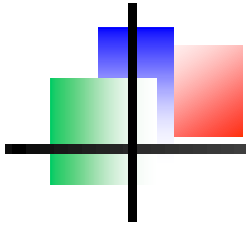
$$\sqrt{(x-s)^2 + y^2} + p - x = p + s$$

co prowadzi do paraboli

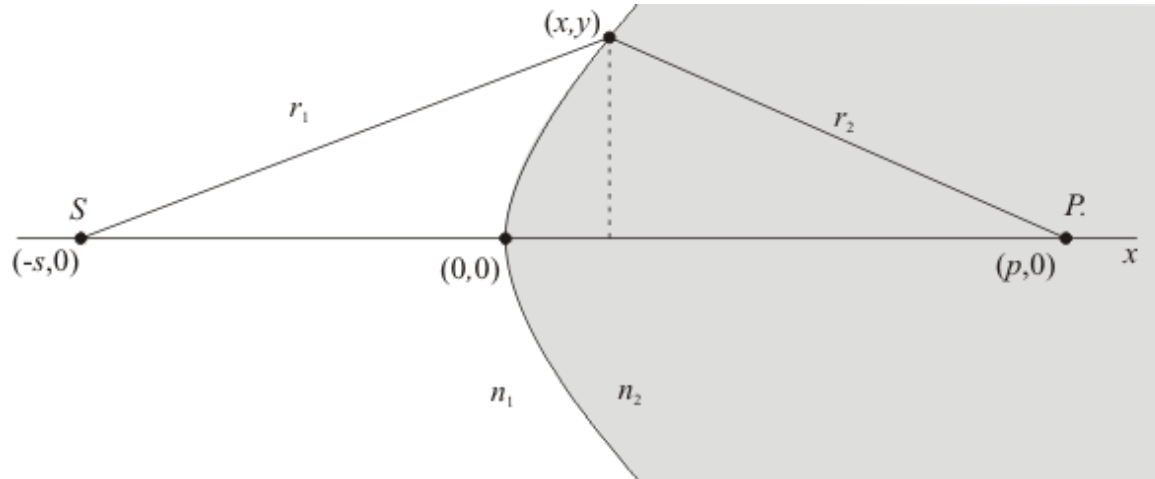
$$y^2 = 4sx$$

w 3D mamy paraboloidę obrotową





obrazowanie przez załamanie, 1



warunek obrazowania:

p,s punkty sprzężone

$$n_1 r_1 + n_2 r_2 = n_1 s + n_2 p$$

$$n_1 \sqrt{(x+s)^2 + y^2} + n_2 \sqrt{(p-x)^2 + y^2} = n_1 s + n_2 p$$

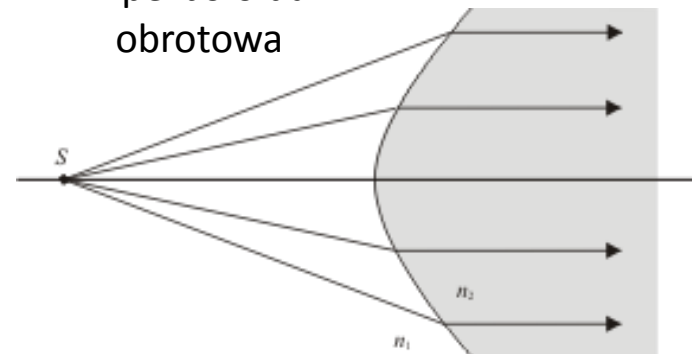
Prosty przykład: granica $p \rightarrow \infty$ daje

$$\frac{(x+a)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

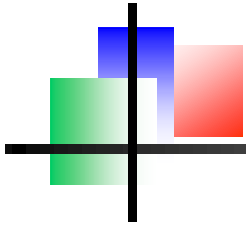
gdzie:

$$a = \frac{n_1 s}{n_1 + n_2}, \quad b = s \sqrt{\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}}$$

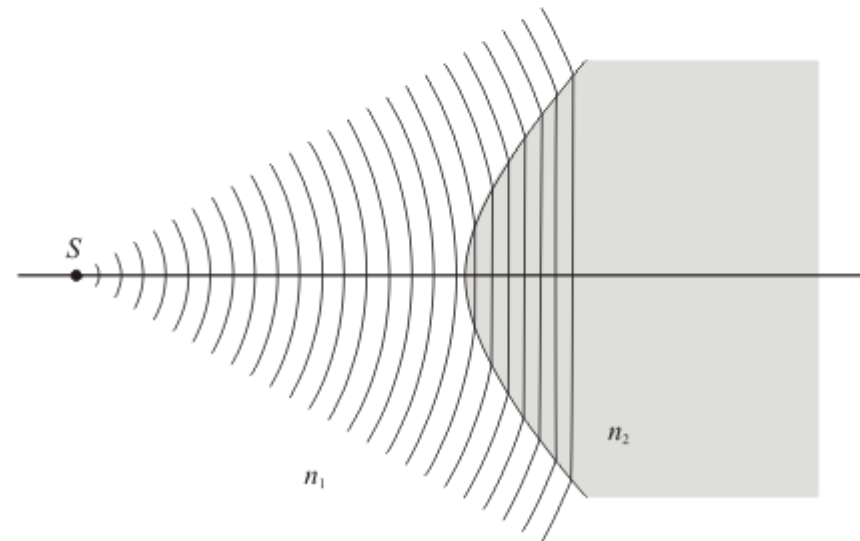
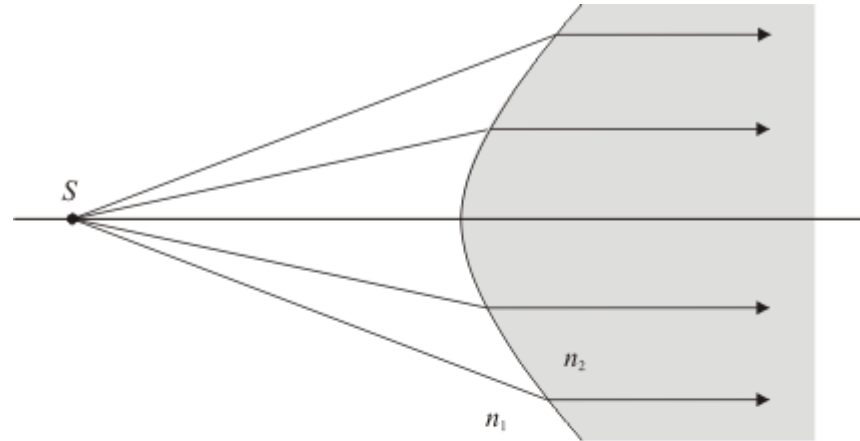
hiperboloida
obrotowa

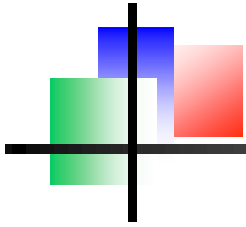


Owale Kartezjusza



obrazowanie przez załamanie, 2

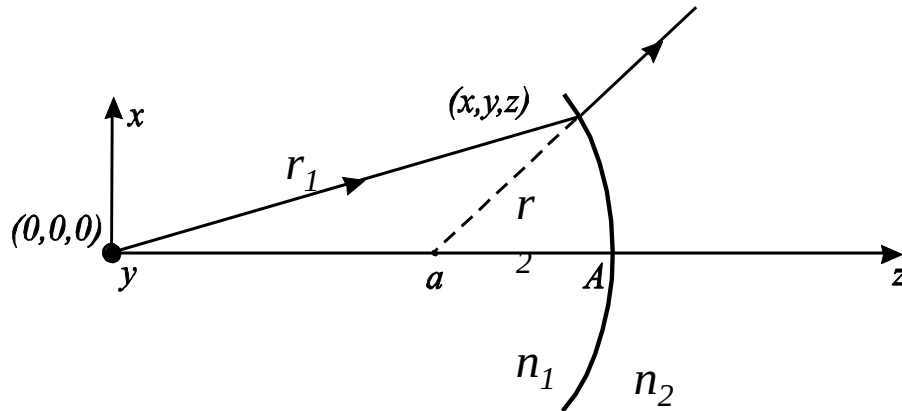




obrazowanie przez załamanie, 3

obraz wirtualny, warunek:

$$n_1 r_1 - n_2 r_2 = \text{const} = n_1 A - n_2 (A - a)$$



Rozważmy przypadek $\text{const} = 0$:

$$n_1 A - n_2 (A - a) = 0$$

$$A = \frac{n_2 a}{n_1 - n_2}$$

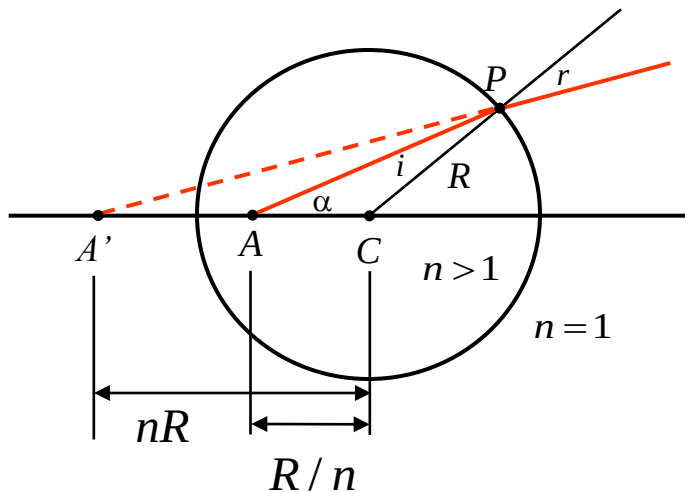
$$n_1 \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - n_2 \sqrt{x^2 + y^2 + (z - a)^2} = 0$$

..... rachunki algebraiczne dają powierzchnię

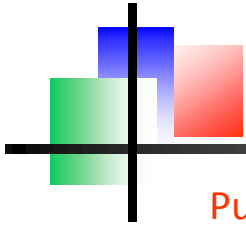
sferyczną. Dla $n_2 = 1$ mamy

$$AC = R/n$$

$$A'C = nR$$

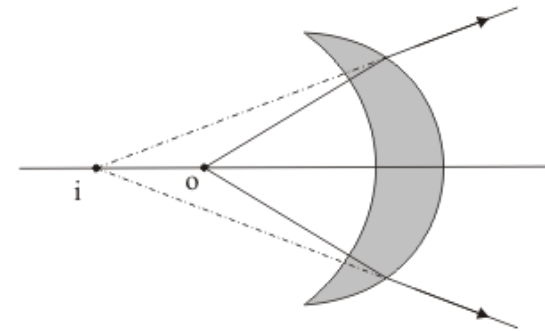
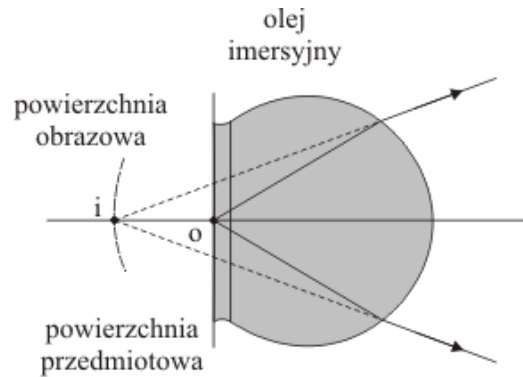


Punkty aplanatyczne kuli

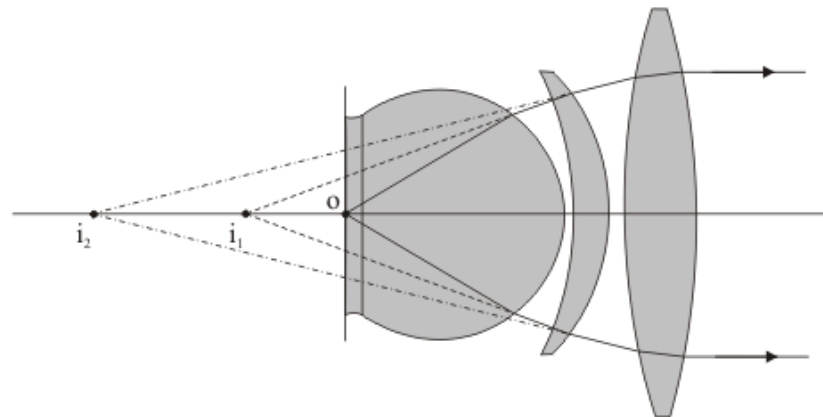


obrazowanie przez załamanie, 4

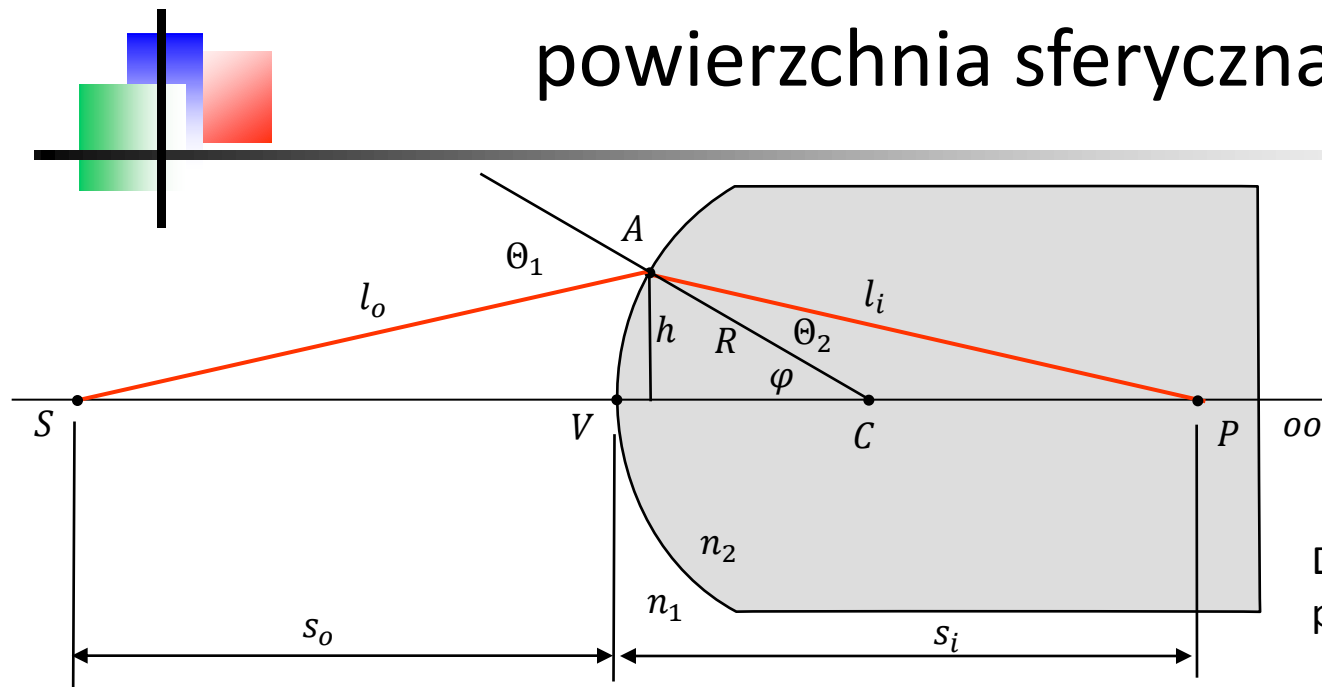
Punkty aplanatyczne kuli –
beza aberracyjne obrazowanie!



Immersyjny obiektyw
mikroskopowy:



powierzchnia sferyczna, 1



Zasada Fermata – rozwiązanie
opowiada punktowi
stacjonarnemu drogi optycznej
 $DO = n_1 l_o + n_2 l_i$

oo - oś optyczna

Drogę optyczną
parametryzujemy podając kąt φ

Z prawa kosinusów, dla trójkąta SAC: $l_o = \sqrt{R^2 + (s_o + R)^2 - 2R(s_o + R) \cos \varphi}$

Podobnie, dla trójkąta APC: $l_i = \sqrt{R^2 + (s_i - R)^2 - 2R(s_i - R) \cos(\pi - \varphi)}$

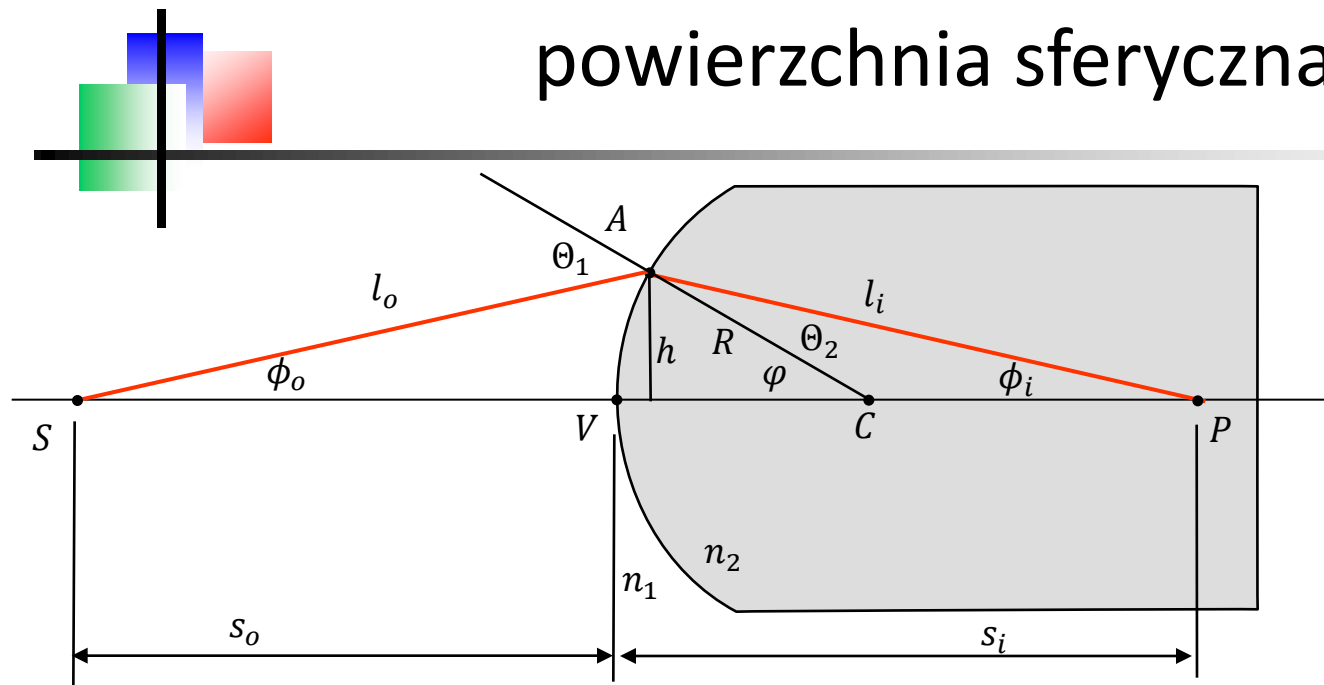
Szukamy zerowej pochodnej DO:

$$\frac{d}{d\varphi} DO = \frac{n_1 R (s_o + R) \sin \varphi}{2l_o} - \frac{n_2 R (s_o + R) \sin \varphi}{2l_o} = 0$$

skąd mamy

$$\frac{n_1}{l_o} + \frac{n_2}{l_i} = \frac{1}{R} \left(\frac{n_2 s_i}{l_i} - \frac{n_1 s_o}{l_o} \right)$$

powierzchnia sferyczna, 2



Warunek obrazowania
(ściśle):

$$\frac{n_1}{l_o} + \frac{n_2}{l_i} = \frac{1}{R} \left(\frac{n_2 s_i}{l_i} - \frac{n_1 s_o}{l_o} \right)$$

Przybliżenie przyosiowe: kąty są małe

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

Przyjmujemy: $\cos \phi_o = \cos \phi_i \cong 1$

co daje

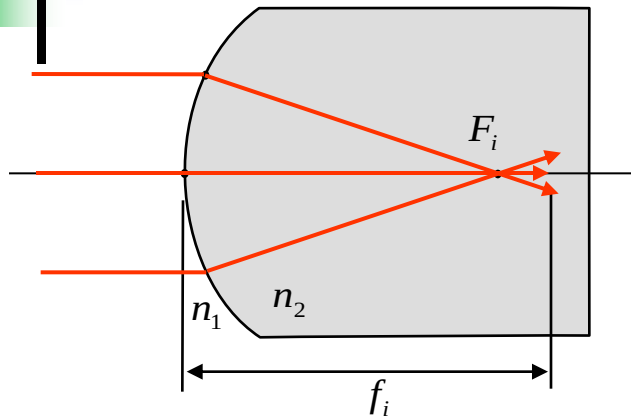
$$l_o \cong \frac{s_o}{\cos \phi_o} \cong s_o$$

$$l_i \cong \frac{s_i}{\cos \phi_i} \cong s_i$$

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

dla promieni przyosiowych
(optyka gaussowska)

powierzchnia sferyczna - ogniska

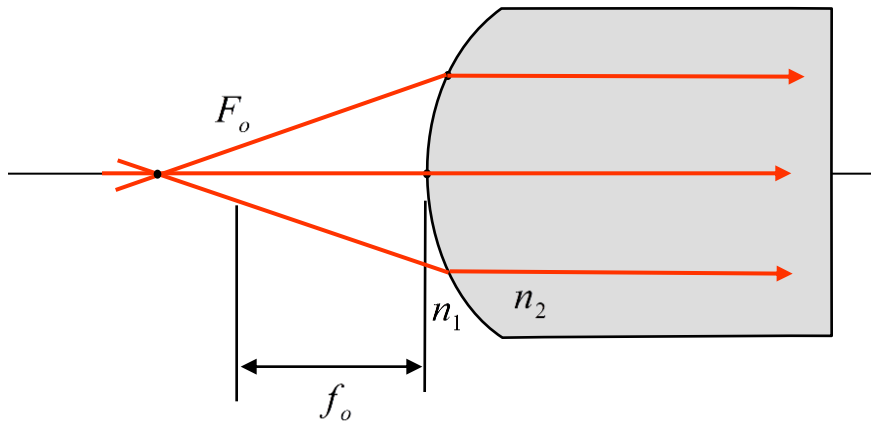


Warunek ogniskowania

$$\frac{n_1}{\infty} + \frac{n_2}{f_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$f_i = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$

ognisko obrazowe, ognisko tylne



Warunek kolimacji

$$\frac{n_1}{f_o} + \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

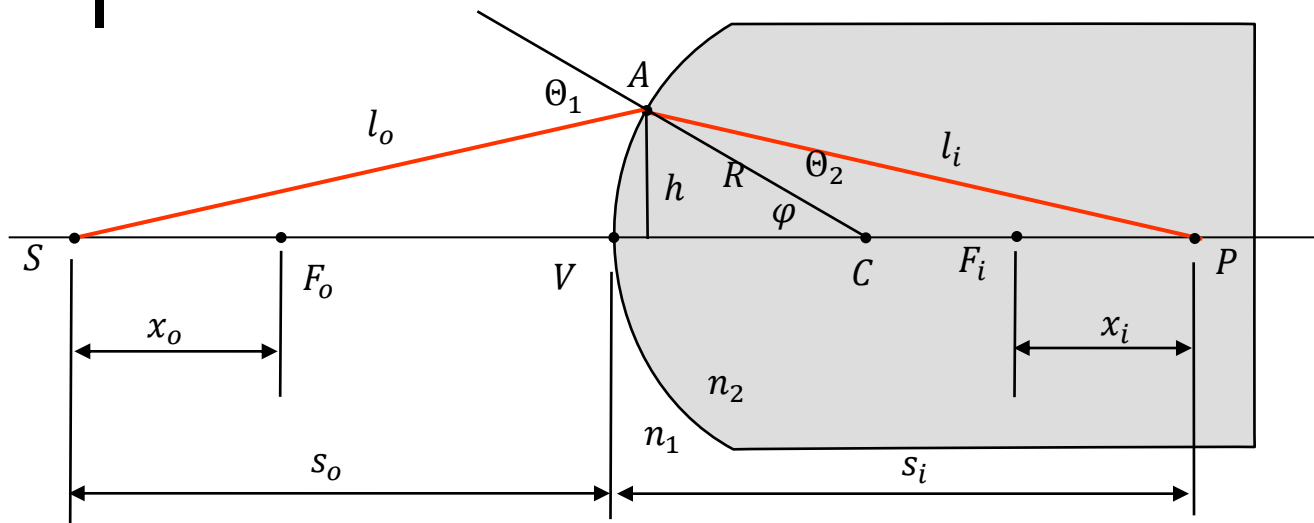
$$f_o = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R$$

ognisko przedmiotowe, ognisko przednie

konwencja znaków!

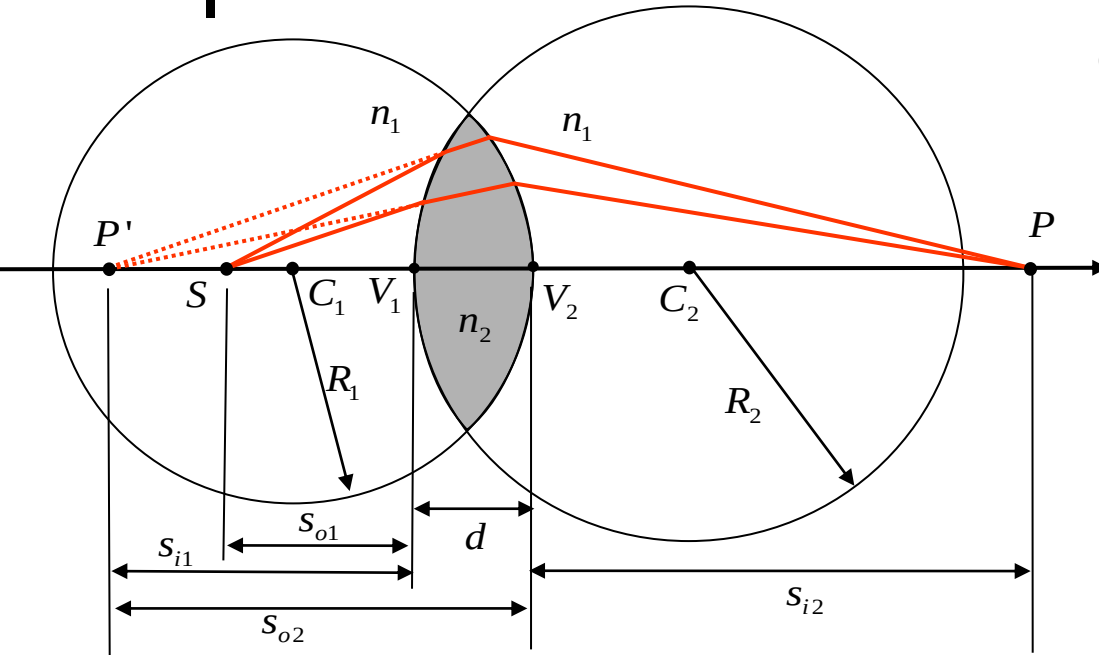
Na rysunkach powyżej R, s_o, s_i, f_o, f_i są dodatnie

konwencja znaków



parametr	znak	warunek
s_o, f_o	+	przedmiot/ognisko przednie na lewo od powierzchni
x_o	+	przedmiot na lewo od ogniska F_o
s_i, f_i	+	obraz/ognisko tylne na prawo od powierzchni
x_i	+	obraz na prawo od ogniska F_i
R	+	Środek sfery na prawo od punktu V
y_o, y_i	+	przedmiot/obraz powyżej osi optycznej

cienka soczewka, 1



obraz tworzony przez

pierwszą powierzchnią powstaje w odległości s_{i1}

$$\frac{n_1}{s_{o1}} + \frac{n_2}{s_{i1}} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

i w stosunku do 2. powierzchni leży w s_{i1}

$$s_{o2} = -s_{o1} + d$$

która tworzy kolejny obraz w

$$\frac{n_1}{(-s_{i1} + d)} + \frac{n_2}{s_{i2}} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$

co zapisujemy jako

$$\frac{n_1}{s_{o1}} + \frac{n_1}{s_{i2}} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{n_2 d}{(d - s_{i1}) s_{i1}}$$

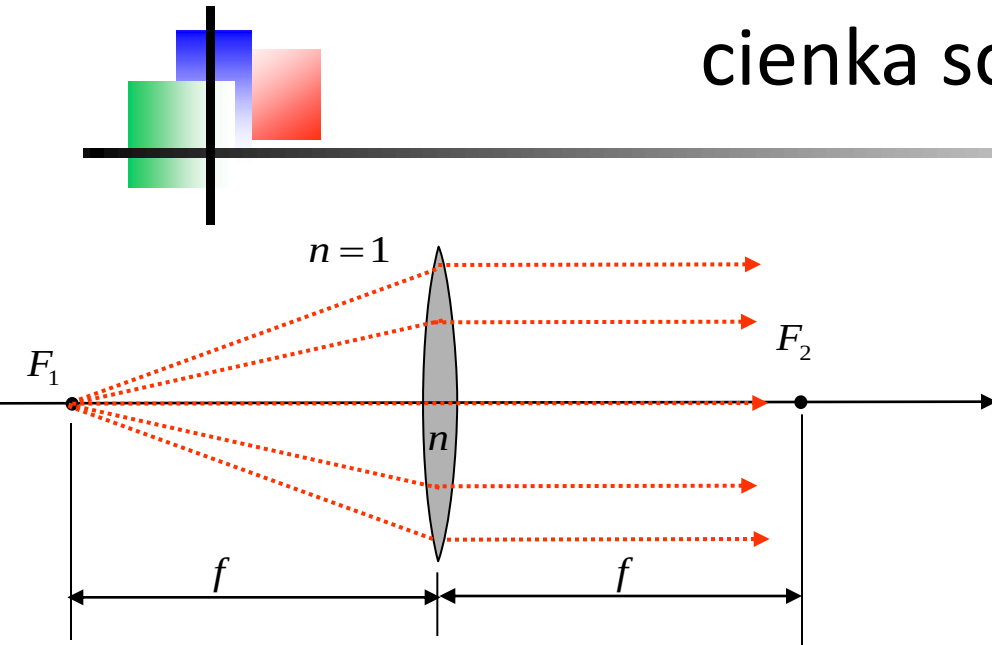
przybliżenie cienkiej soczewki $d \ll s_{i2}$ daje:

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_1}{s_i} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

szkło o współczynniku załamania n i powietrze:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

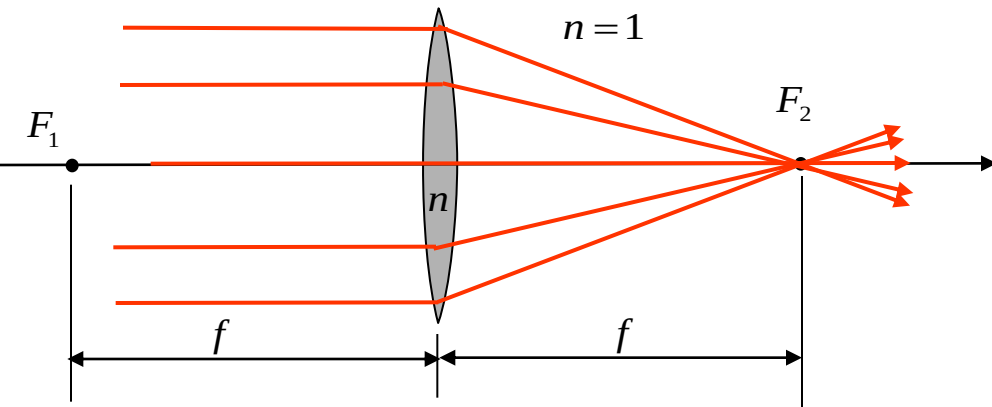
cienka soczewka, 2



Położenia ognisk

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f_i} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f_o} + \frac{1}{\infty} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



Ogniskowa cienkiej soczewki

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

cienka soczewka, 3

Soczewki skupiające ($f > 0$)



dwuwypukła ($R_1 > 0, R_2 < 0$)



płasko-wypukła ($R_1 = \infty, R_2 < 0$)



menisk wypukły ($R_1 > 0, R_2 > 0$)

Soczewki rozpraszające ($f < 0$)



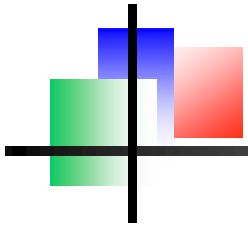
dwuwklęsła ($R_1 < 0, R_2 > 0$)



płasko-wklęsła ($R_1 = \infty, R_2 > 0$)

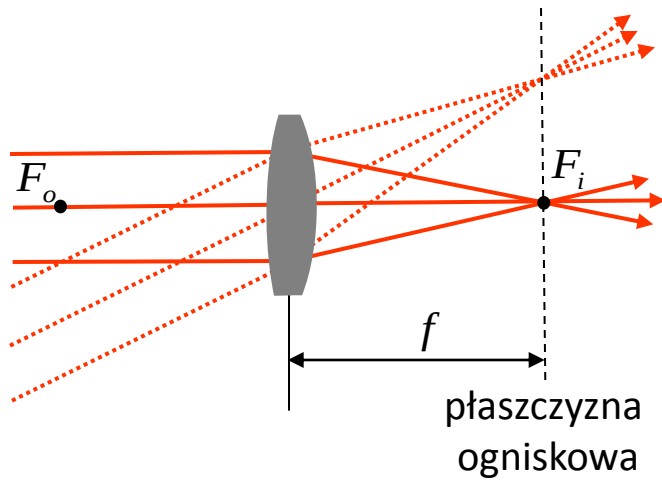


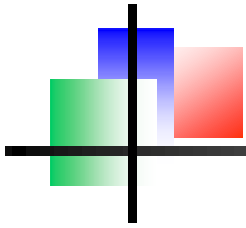
menisk wklęsły ($R_1 > 0, R_2 > 0$)



cienka soczewka - ogniskowanie

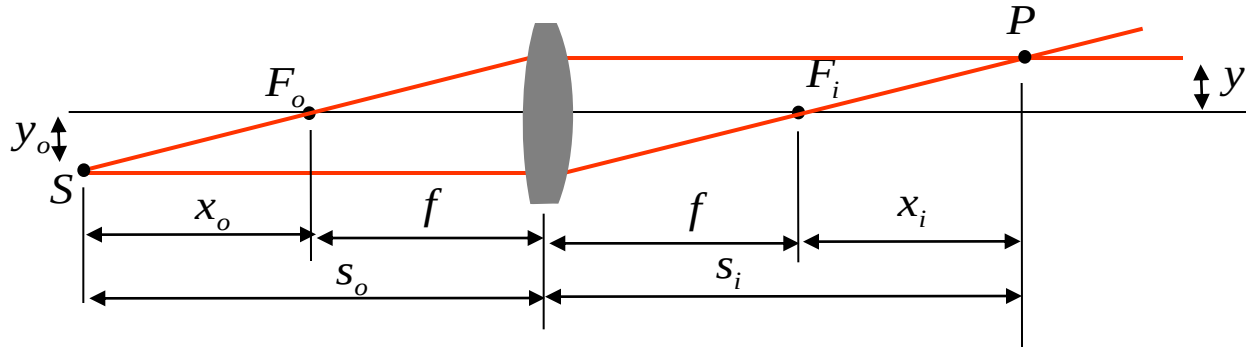
Ogniskowanie wiązki promieni równoległych





cieńka soczewka – konstrukcja obrazu

obraz rzeczywisty



Formuła Gaussa

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

Formuła Newtona

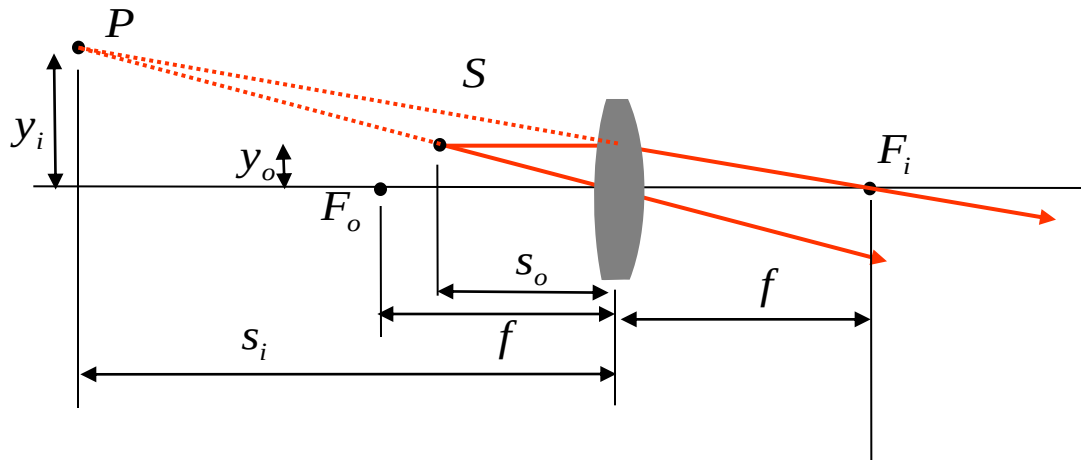
$$x_o x_i = f^2$$

powiększenie poprzeczne

$$M_T \equiv \frac{y_i}{y_o}$$

$$M_T = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{x_i}{f} = -\frac{f}{x_o}$$

obraz pozorny

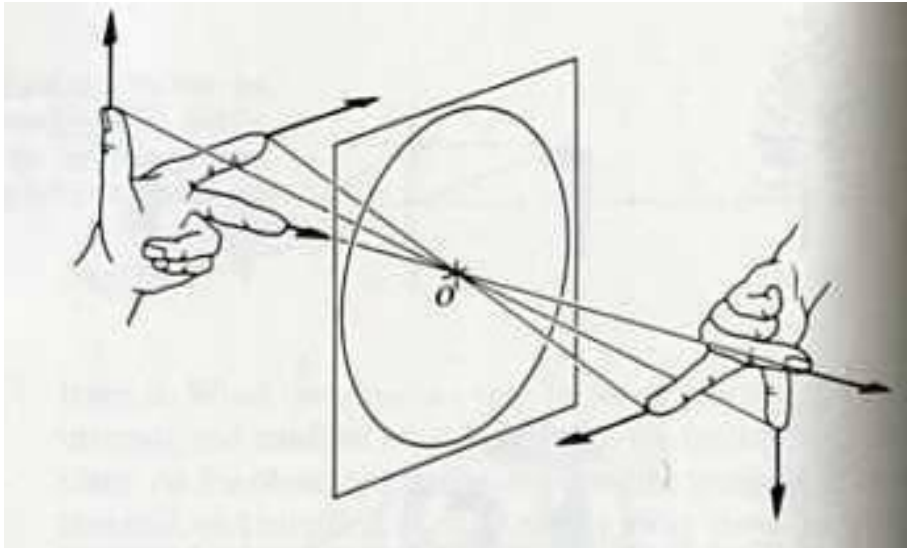


powiększenie podłużne

$$M_L \equiv \frac{ds_i}{ds_o} = -\frac{f^2}{(s_o - f)^2}$$

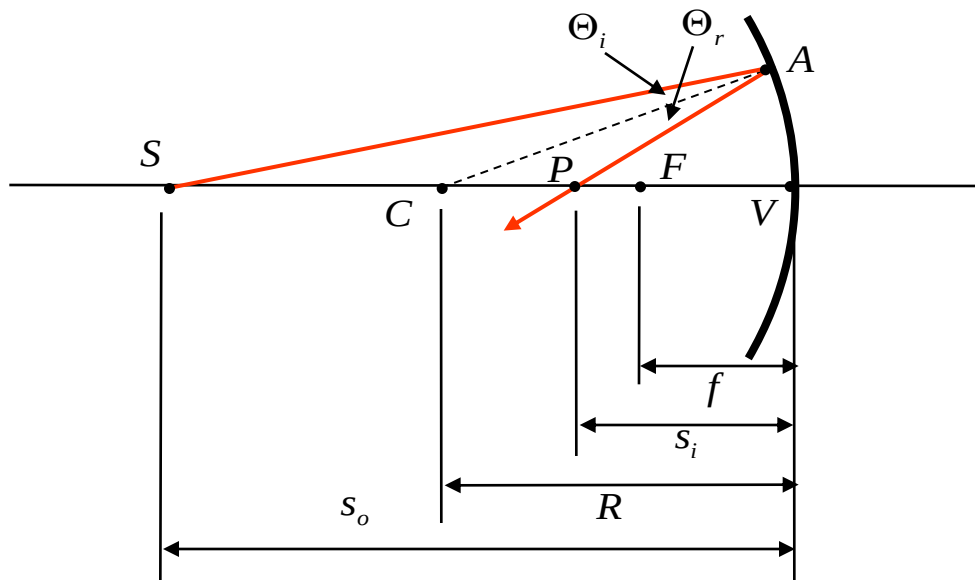
cienka soczewka, 4

symetrie



Odbicie: góra-dół, prawo-lewo
Skrętność zachowana

lustro sferyczne



$$\frac{SC}{SA} \cong \frac{CP}{PA}$$

ale

$$SC = s_o - |R| = s_o + R$$

$$CP = -(s_i + R)$$

Jeśli zastosujemy przybliżenie przyosiowe to

$$SA \cong s_o, PA \cong s_i$$

co daje

$$\frac{s_o + R}{s_o} = -\frac{s_i + R}{s_i}$$

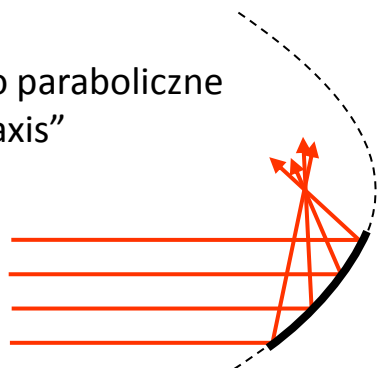
czyli

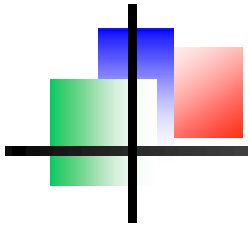
$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = -\frac{2}{R}$$

Ogniskowa lustra sferycznego

$$f = \frac{R}{2}$$

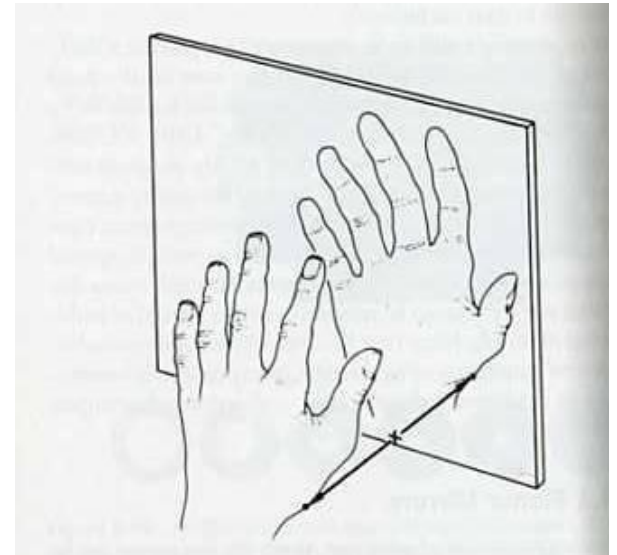
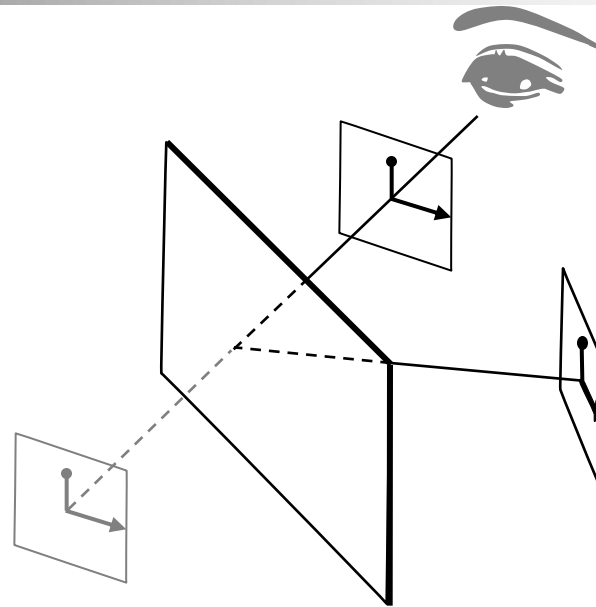
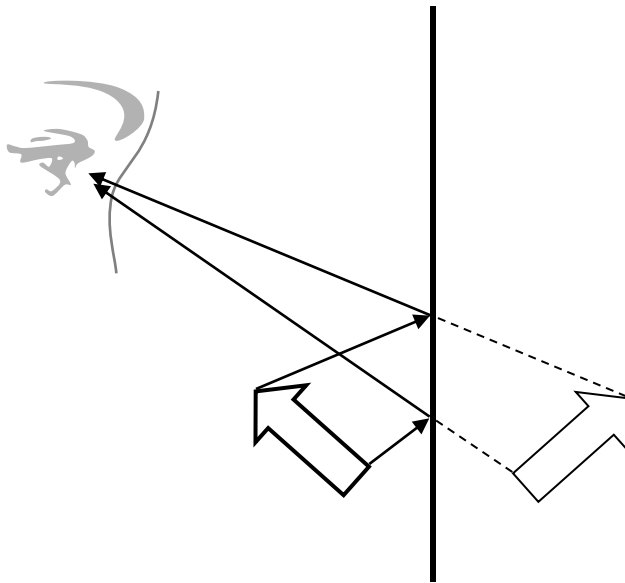
lustro paraboliczne
„off-axis”



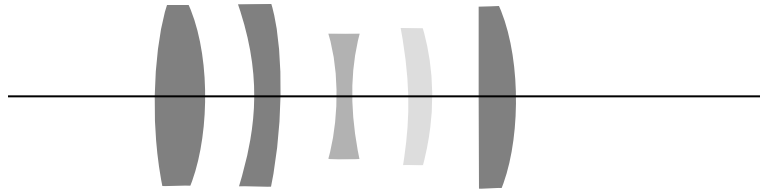
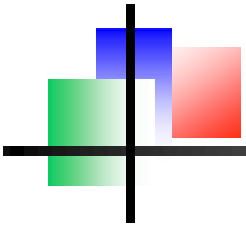


obrazy w lustrze płaskim

symetrie

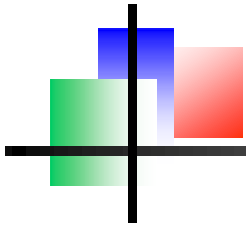


układy soczewek



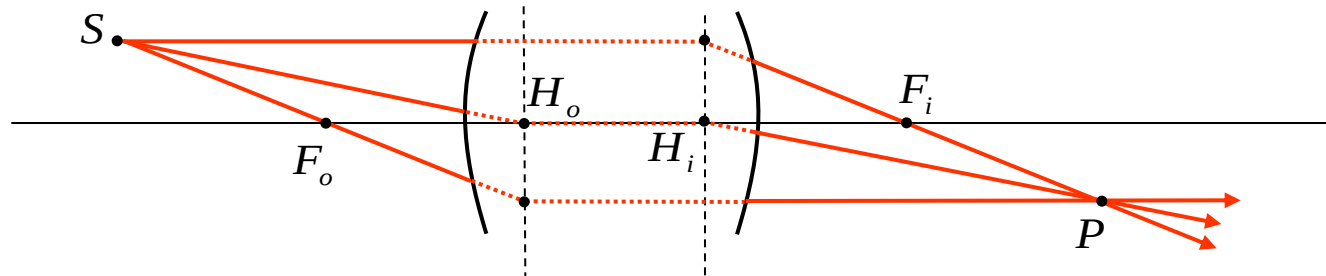
?

po kolei?

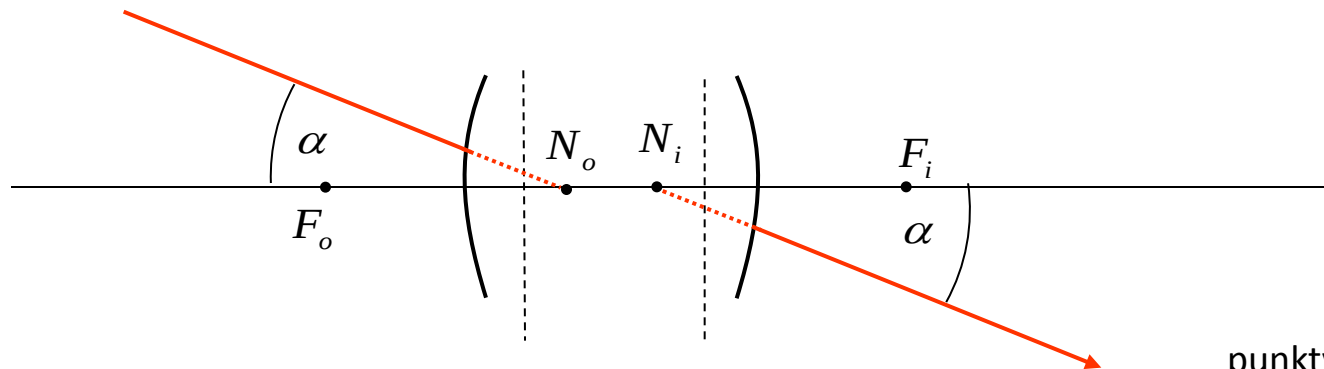


Punkty i płaszczyzny kardynalne

ogniska F_o, F_i
(foci)



punkty główne H_o, H_i
(principal points)



punkty węzłowe N_o, N_i
(nodal points)