Podstawy Fizyki IV
Optyka z elementami fizyki współczesnej

wykład 8, 09.03.2012

wykład:	Czesław Radzewicz
pokazy:	Radosław Chrapkiewicz, Filip Ozimek
ćwiczenia:	Ernest Grodner

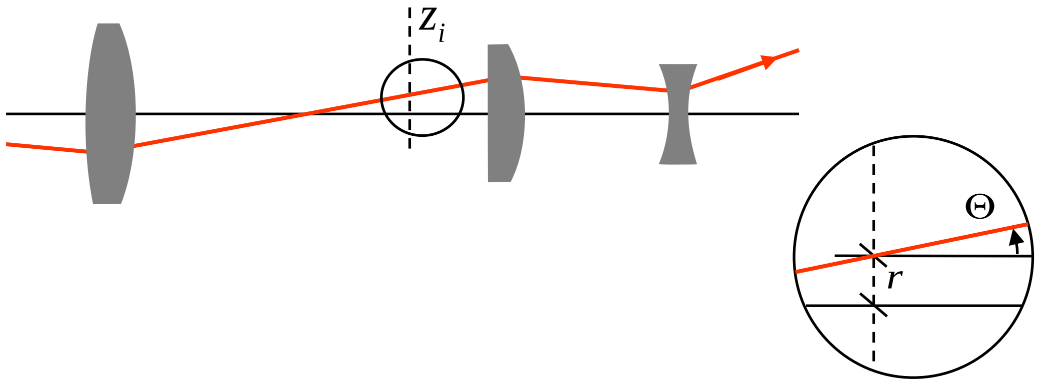
Wykład 7 - przypomnienie

- eikonał – powierzchnie stałej fazy, kierunek przepływu energii, promień świetlny
- ośrodek jednorodny – linie proste
- ośrodek ze stałym gradientem potencjału (miraże), soczewka GRIN
- owale Kartezjusza, punkty sprzężone, punkty aplanatyczne kuli, immersyjny obiektyw mikroskopowy
- sferyczna granica pomiędzy dielektrykami, przybliżenie przyosiowe, ogniska, obrazowanie
- cienka soczewka, ogniskowa, ogniskowanie, obrazowanie
- punkty kardynalne układu soczewkowego

Parametry promienia

Rozważamy układ optyczny w przybliżeniu przyosiowym:

- mały kąt promienia do osi układu
- mała odległość promienia od osi układu



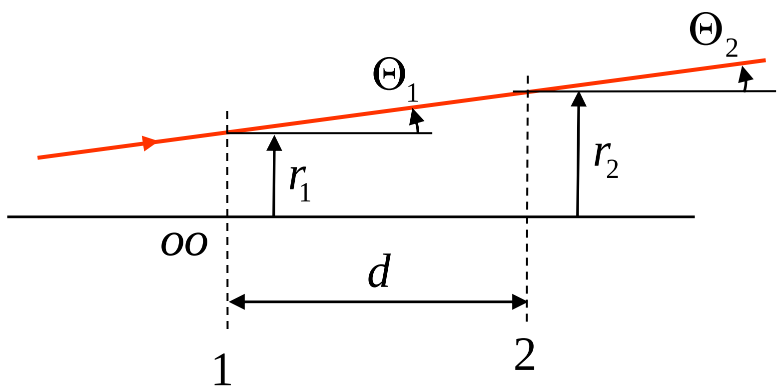
Aby opisać promień potrzebujemy podać przepis na:

- odległość od osi układu r
- kąt nachylenia Θ

Macierze ABCD, 1

Przykłady:

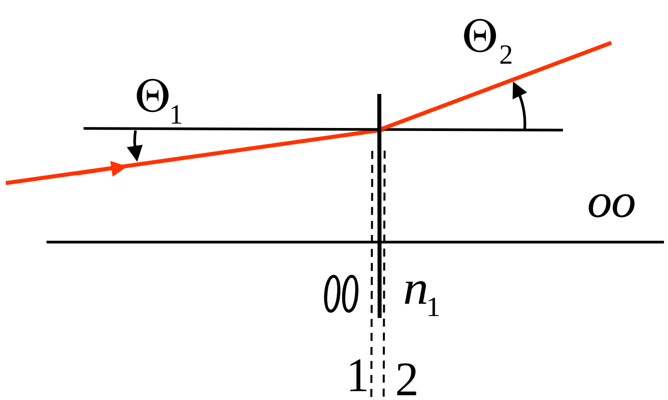
- ośrodek jednorodny



$$r_2 = r_1 + \Theta_1 d$$
$$\Theta_2 = \Theta_1$$

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \Theta_1 \end{bmatrix}$$

- płaska, prostopadła granica



$$r_2 = r_1$$
$$\Theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\Theta_1$$

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & {n_1}/{n_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \Theta_1 \end{bmatrix}$$

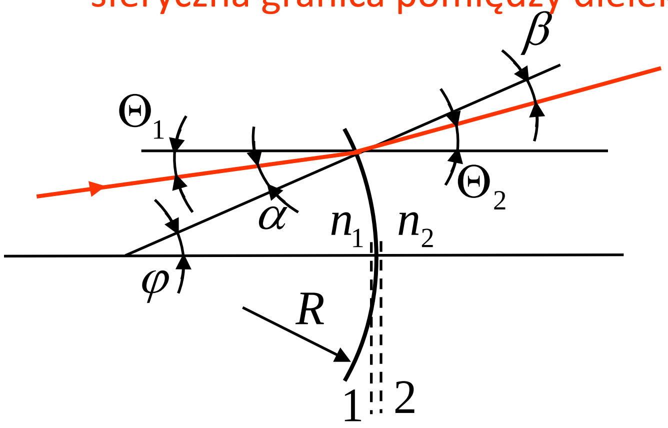
Ogólnie: działanie układu opisujemy równaniem macierzowym

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \Theta_1 \end{bmatrix}$$

z macierzą ABCD chrakteryzującą dany układ

Macierze ABCD, 2

- sferyczna granica pomiędzy dielektrykami

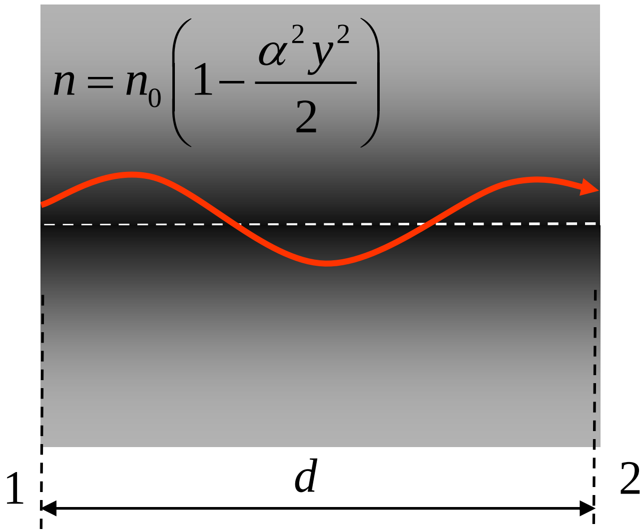


$$r_2 = r_1$$
$$n_1\alpha = n_2\beta$$
$$\alpha = \varphi - \Theta_1, \beta = \varphi - \Theta_2$$

$$n_1\varphi - n_1\Theta_1 = n_2\varphi - n_2\Theta_2$$
$$\Theta_2 = \frac{n_2 - n_1}{n_2}\varphi + \frac{n_1}{n_2}\Theta_1 =$$
$$= -\frac{n_2 - n_1}{n_2 R} r_1 + \frac{n_1}{n_2}\Theta_1$$

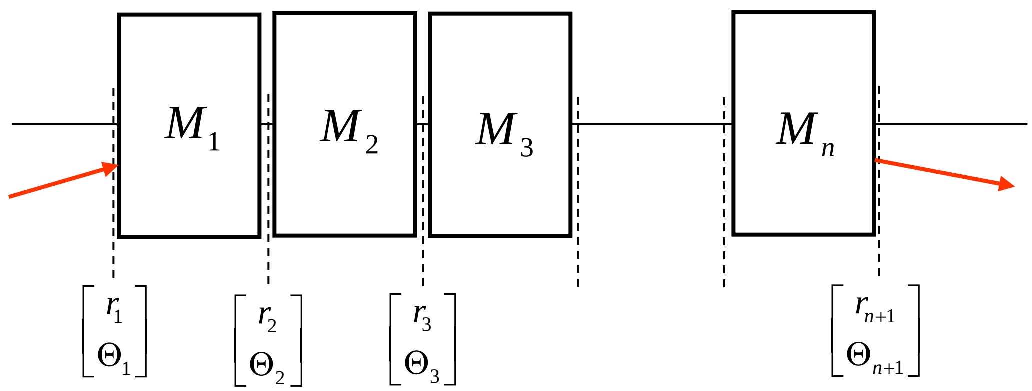
$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{n_2 - n_1}{n_2 R} & \dfrac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{f_i} & \dfrac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$$

- soczewka GRIN



$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha d) & \dfrac{1}{\alpha}\sin(\alpha d) \\ -\alpha\sin(\alpha d) & \cos(\alpha d) \end{bmatrix}$$

Mnożenie macierzy

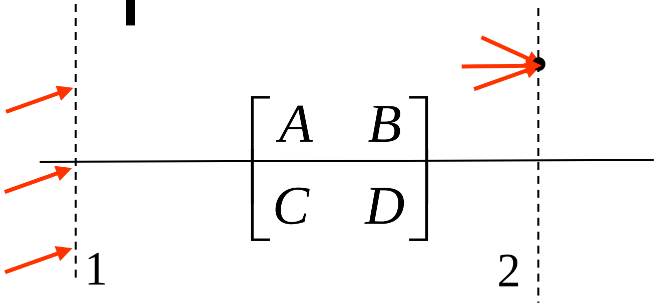


$$\begin{bmatrix} r_{n+1} \\ \Theta_{n+1} \end{bmatrix} = M_n \cdot M_n \cdot \cdots \cdot M_2 \cdot M_1 \begin{bmatrix} r_1 \\ \Theta_1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} r_1 \\ \Theta_1 \end{bmatrix}$$

$$\det T = Ad - BC = {}^{n_1}/_{n_2}$$

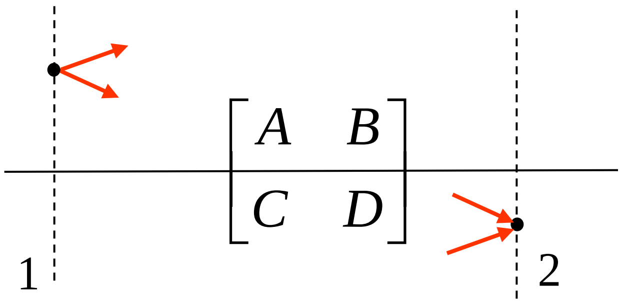
n_1 - współczynnik załamania dla ośrodka, w którym zaczynamy
n_2 - współczynnik załamania dla ośrodka, w którym kończymy

sens współczynników ABCD, 1



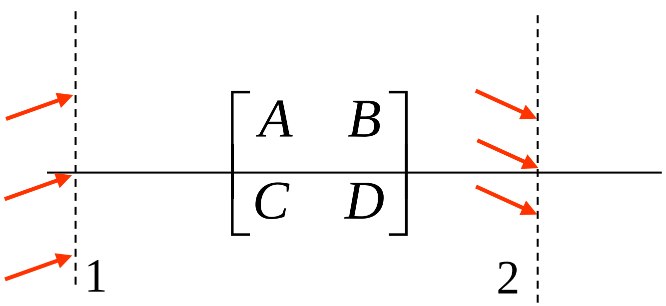
Jeśli $A = 0$ to $r_2 = B\Theta_1$

Stałe Θ_1 daje stałe r_2 - ogniskowanie wiązki



Jeśli $B = 0$ to $r_2 = Ar_1$

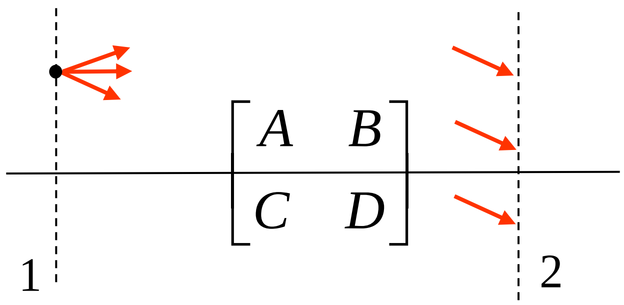
Stałe r_1 daje stałe r_2 - obrazowanie



Jeśli $C = 0$ to $\Theta_2 = D\Theta_1$

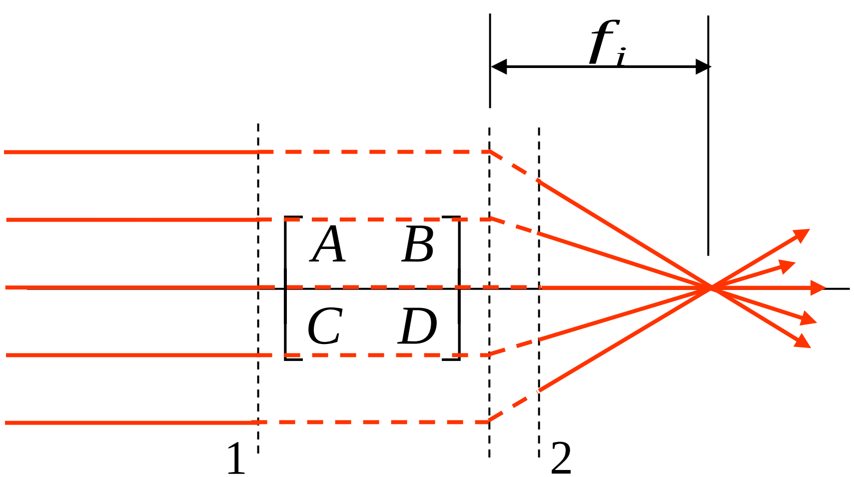
Stałe Θ_1 daje stałe Θ_2 - układ afokalny

sens współczynników ABCD, 2



Jeśli $D = 0$ to $\Theta_2 = Cr_1$

Stałe r_1 daje stałe Θ_2 - kolimacja wiązki

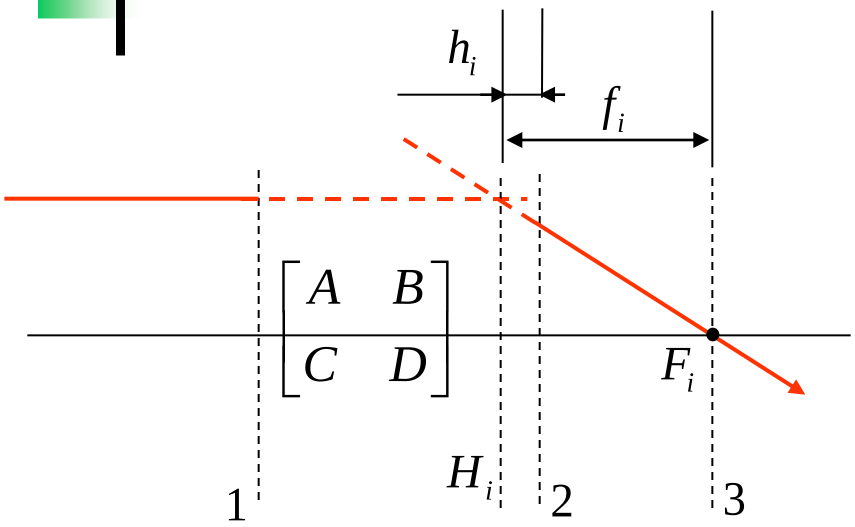


Dla każdego r_1 mamy $\Theta_2 = -\frac{1}{f_i} r_1$

ale $\Theta_2 = Cr_1 + D\Theta_1$ oraz $\Theta_1 = 0$

co daje $C = -\frac{1}{f_i}$

płaszczyzny główne - H_i



uwaga: na rysunku płaszczyzna H_i leży na lewo od płaszczyzny 2; h_i jest ujemne

$$M_{31} = M_{32} \cdot M_{21} = \begin{bmatrix} 1 & f_i + h_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A + C(f_i + h_i) & B + D(f_i + h_i) \\ C & D \end{bmatrix}$$

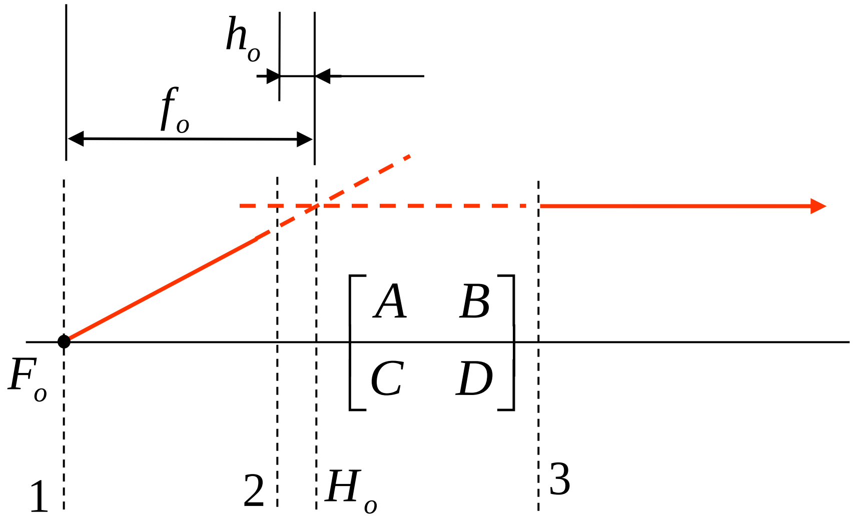
Żądamy:

$$r_3 = \left(A + C(f_i + h_i)\right) r_1 = 0$$

co daje

$$h_i = -\frac{A-1}{C}$$

płaszczyzny główne - H_o



$$M_{31} = M_{32} \cdot M_{21} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & f_o - h_o \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A & B + A(f_o - h_o) \\ C & D + C(f_o - h_o) \end{bmatrix}$$

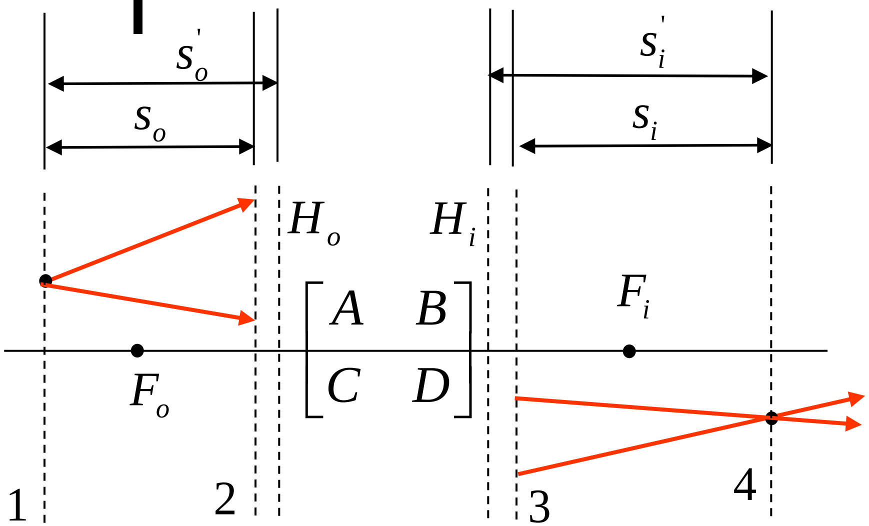
Żądamy:

$$\Theta_3 = D + C(f_o - h_o) = 0$$

co daje

$$h_o = \frac{D-1}{C}$$

obrazowanie



$$M_{21} = \begin{bmatrix} 1 & s_o \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{32} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

$$M_{43} = \begin{bmatrix} 1 & s_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{41} = M_{43} \cdot M_{32} \cdot M_{21} = \begin{bmatrix} A + Cs_i & B + As_o + Ds_i + Cs_o s_i \\ C & Cs_o + D \end{bmatrix}$$

warunek obrazowania:

$$B + As_o + Ds_i + Cs_o s_i = 0$$

rachunki…

$$Cs_o' s_i' + s_o' + s_i' = 0$$

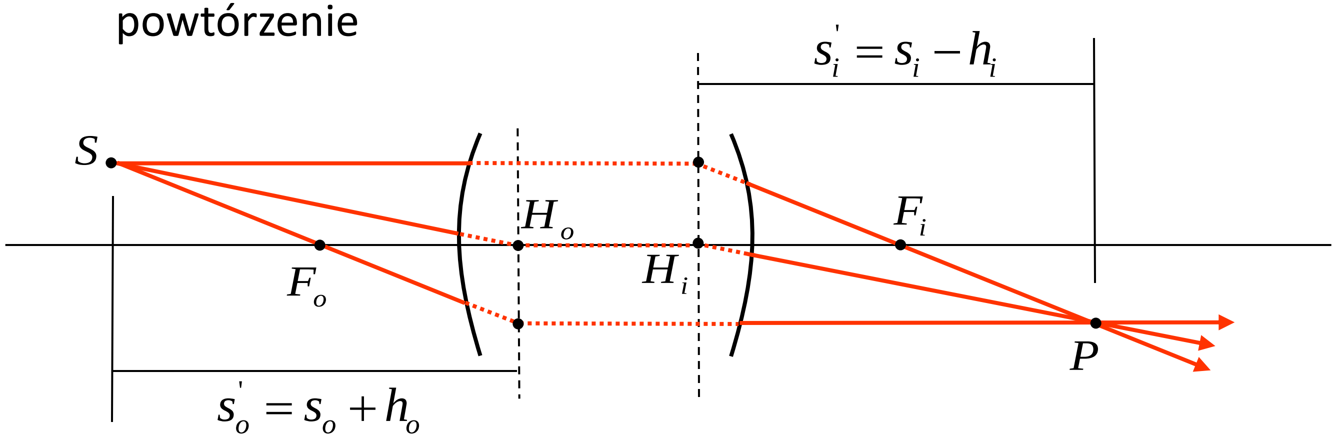
gdzie

$$s_o' = s_o + h_o$$
$$s_i' = s_i - h_i$$

$$\frac{1}{s_o'} + \frac{1}{s_i'} = \frac{1}{f}$$

obrazowanie

powtórzenie

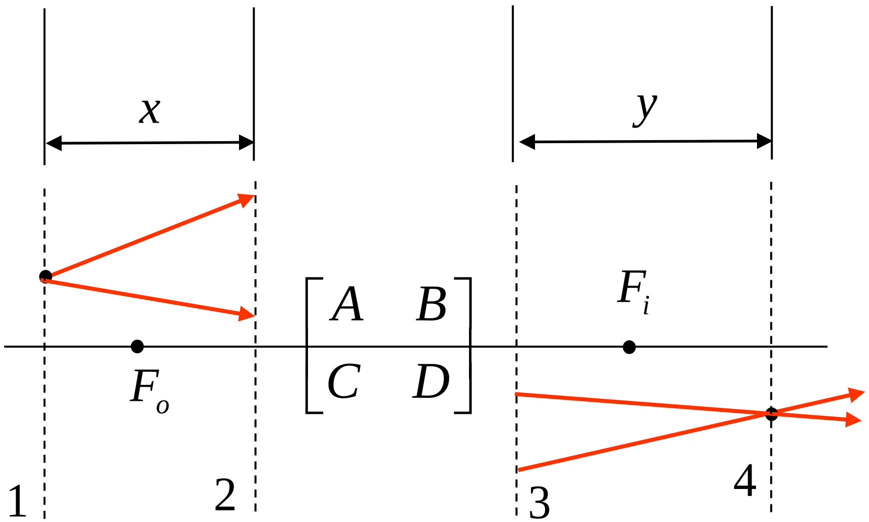


punkty główne H_o, H_i
(principal points)

$$\frac{1}{s_o'} + \frac{1}{s_i'} = \frac{1}{f}$$

wyznaczanie macierzy ABCD

uwaga: wybór płaszczyzn 2 i 3 jest arbitralny!



$$M_{21} = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{32} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

$$M_{43} = \begin{bmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

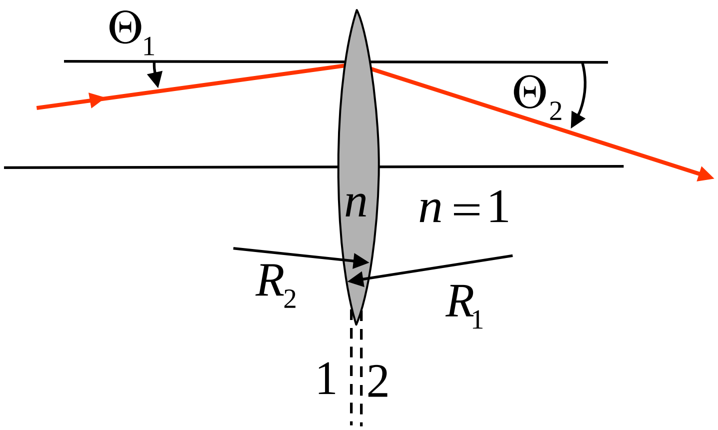
$$M_{41} = \begin{bmatrix} A + Cy & B + Ax + Dy + Cxy \\ C & Cx + D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_T & 0 \\ C & {}^{1}/_{M_T} \end{bmatrix}$$

Procedura:

- wybieramy szereg wartości x, dla których mierzymy y oraz M_T
- z dopasowania $1/M_T = Cx+D$ znajdujemy C *oraz* D
- z warunku $B+Ax+Dy+Cxy=0$ mamy $Ax+B=-y(Cx+D)=-y/M_T$.
- dopasowanie kolejnej prostej daje A i B
- test AD-BC=1 (?)

przykład 1: cienka soczewka

cienka soczewka oznacza 1=2



$$M_{R1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n-1}{nR_1} & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$$

$$M_{R2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n-1}{R_2} & n \end{bmatrix}$$

$$M = M_{R2} \cdot M_{R1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n-1}{R_2} & n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n-1}{nR_1} & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -{}^{1}/_{f} & 1 \end{bmatrix}$$

Na obrazku $R_1 > 0, R_2 < 0$ zatem ${}^{1}/_{f} = (n-1)\left(\frac{1}{|R_1|} + \frac{1}{|R_2|}\right)$

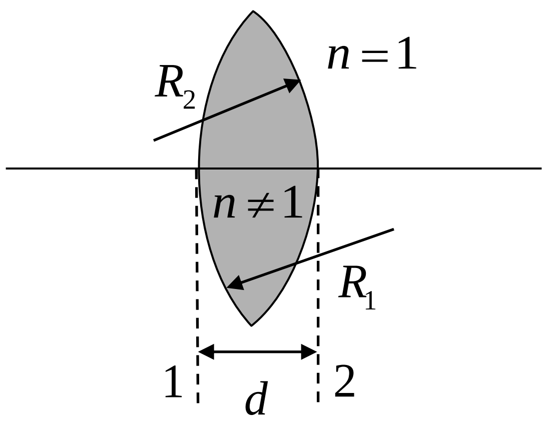
położenie punktów głównych: $h_i = h_o = 0$

Lustro sferyczne:

promień sfery R

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & n \end{bmatrix}$$

przykład 2: gruba soczewka



jedna powierzchnia sferyczna

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{n_2-n_1}{n_2R} & \dfrac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$$

Gruba soczewka = $R_2 - d - R_1$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{n-1}{R_2} & n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{n-1}{nR_1} & \dfrac{1}{n} \end{bmatrix}$$

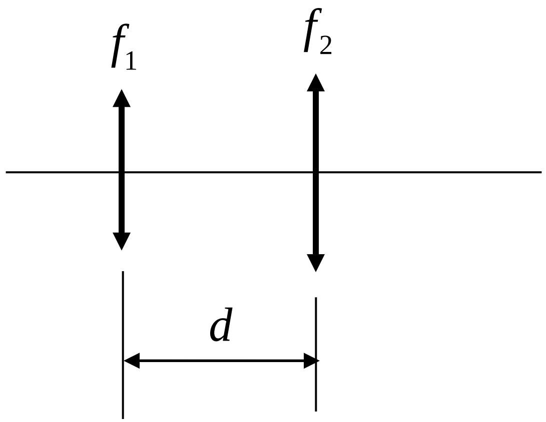
$$= \begin{bmatrix} 1 - \dfrac{(n-1)d}{nR_1} & d/n \\ -(n-1)\left[\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{(n-1)d}{nR_1R_2}\right] & 1 + \dfrac{(n-1)d}{nR_2} \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{nR_1R_2}\right]$$

$$h_o = -\frac{(n-1)df}{nR_2}$$

$$h_i = -\frac{(n-1)df}{nR_1}$$

przykład 3: dwie cienkie soczewki



$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - \frac{d}{f_1} & d \\ -\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}\right) & 1 - \frac{d}{f_2} \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

$$h_o = \frac{df}{f_2}$$

$$h_i = -\frac{df}{f_1}$$

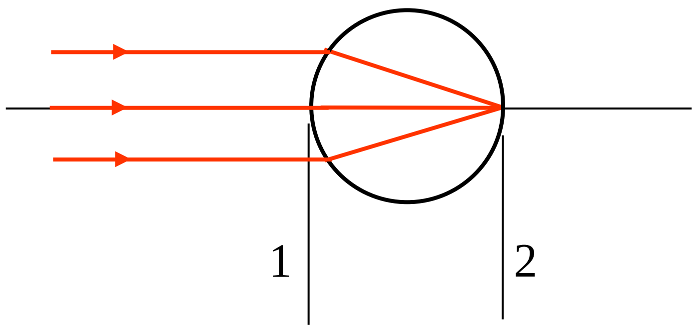
luneta: $d = f_1 + f_2$

ogniskowa: $f = \infty$

płaszczyzny główne: $h_i = h_o = \infty$

układ afokalny

przykład 4: retroreflektor



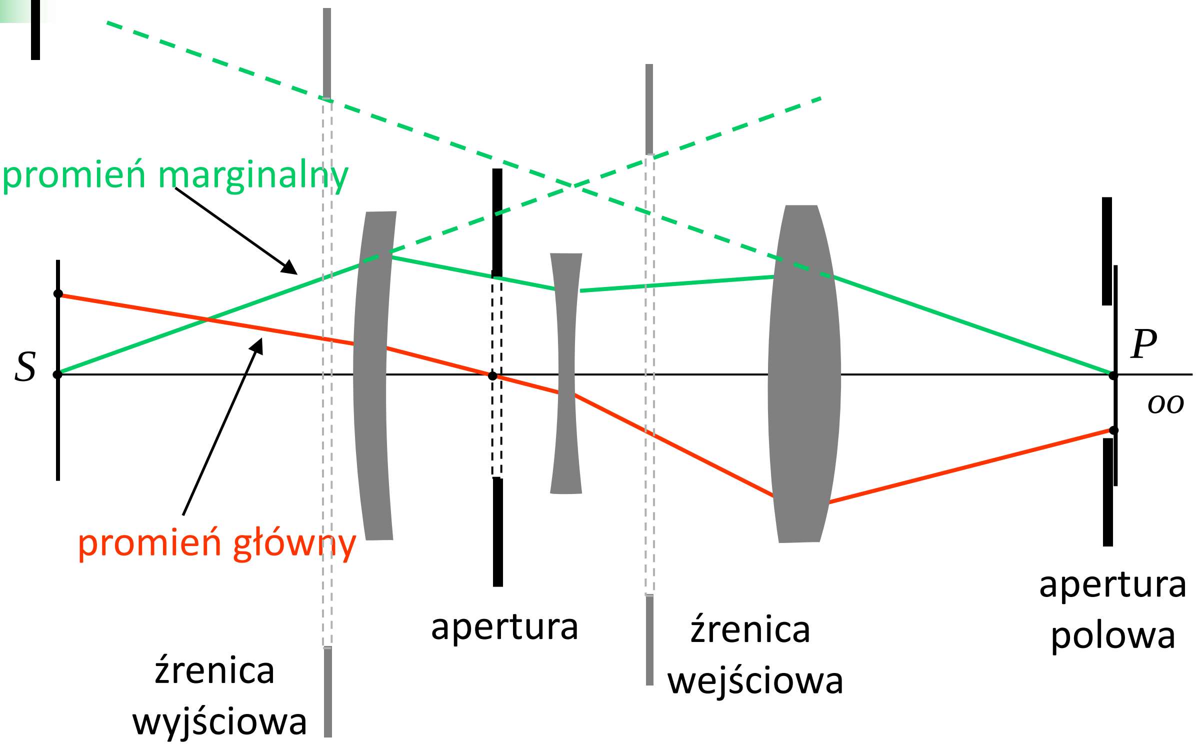
$$M_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 2R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{n-1}{nR} & 1/n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{n-2}{n} & \dfrac{2R}{n} \\ -\dfrac{n-1}{nR} & n \end{bmatrix}$$

żądamy ogniskowania na tylnej powierzchni:

$$A = \frac{n-2}{n} = 0 \quad \Rightarrow \quad n = 2$$

apertury, źrenice

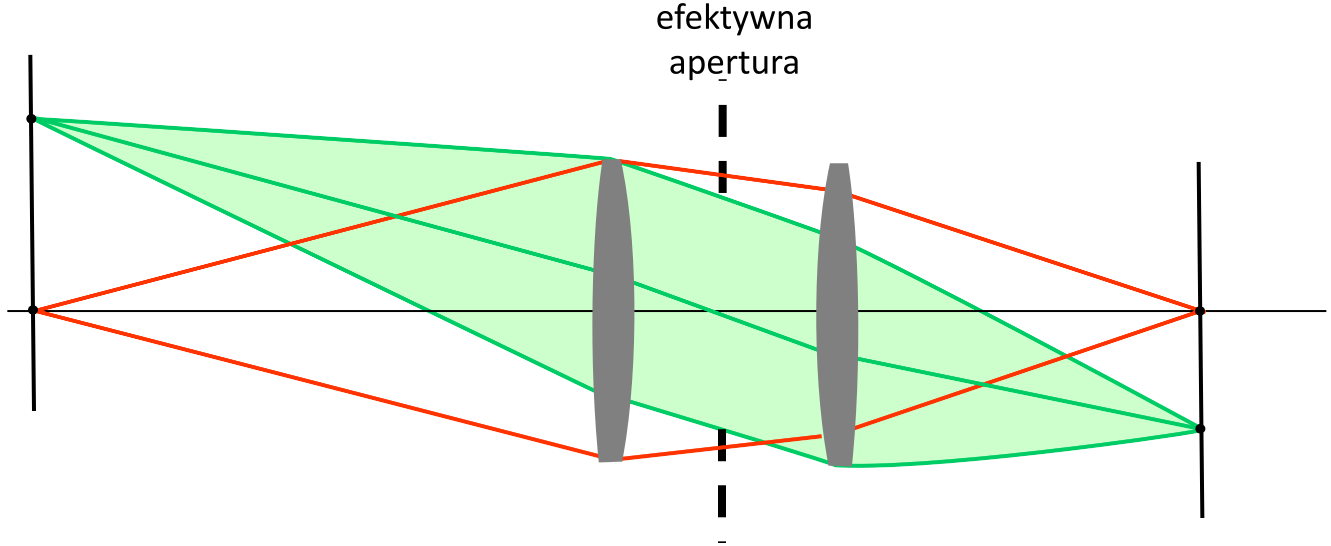


Skutek
apertura ogranicza ilość światła
apertura polowa ogranicza pole widzenia

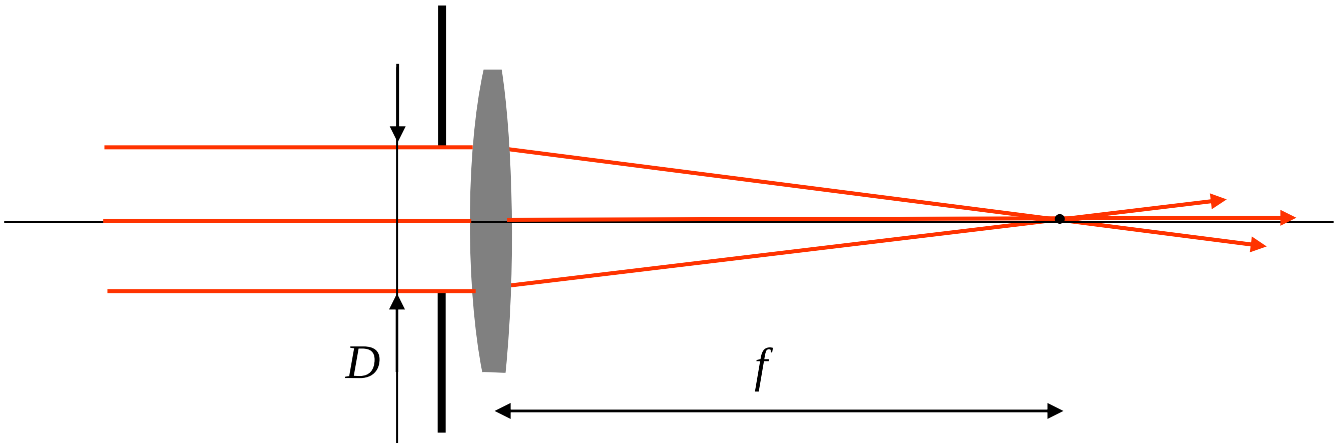
Definicja
źrenica wejściowa – apertura widziana z punktu *S*
źrenica wyjściowa - apertura widziana z punktu *P*

Przepis:
źrenica wejściowa – obraz apertury w soczewkach stojących na lewo od niej
źrenica wyjściowa - obraz apertury w soczewkach stojących na prawo od niej

winietowanie



Jasność soczewki – liczba f/#



$$D = f\ /\ x$$

$$x = 2.8,\ 4,\ 5.6,\ 8,\ 11,\ 16$$

przesłona irysowa
jakość obrazowania
głębia ostrości